

SECONDE PARTIE

ÉVALUATION ET GESTION DU RISQUE DE LIQUIDITÉ

Au cours de la première partie de cette thèse, nous avons mis en relief l'aspect « microstructurel » de la liquidité. Cependant, se restreindre à assimiler la liquidité à un élément de microstructure destiné à effectuer des distinctions entre actions ou encore entre marchés serait accepter d'être par trop incomplet. Si les premières études consacrées au thème de la liquidité ont avant tout porté sur la mesure de celle-ci et de son évolution dans le temps (intra-séance, quotidienne, ...), de nouvelles voies de recherche ont été explorées récemment. Ainsi, toujours dans le domaine de la microstructure, les auteurs commencent à analyser les interactions entre les déterminants de la liquidité [Chordia, Roll et Subrahmanyam (2000), Hasbrouck et Seppi (2000)].

Une autre voie de recherche s'attache à identifier la nature du lien entre le niveau de liquidité et l'espérance de rentabilité considérée sous différents angles [Amihud et Mendelson (1986), Hamon et Jacquillat (1997b), Beiner et Gibson (1999), Gibson et Mougeot (1999),...]. Amihud et Mendelson (1986), quelque peu précurseurs en la matière, modélisent une relation non linéaire entre le niveau de liquidité d'un actif et la rentabilité exigée. Ils mettent en relief une relation concave entre la rentabilité exigée et l'illiquidité. Un tel modèle repose sur l'hypothèse d'une relation négative censée exister entre l'horizon de placement et le degré de liquidité. En effet, les adeptes du « *day-trading* » vont privilégier des allers-retours sur les titres les plus liquides, i.e. les titres qui leur permettent d'ouvrir et de clôturer des positions rapidement sans coût élevé. A l'opposé, l'investisseur qui effectue des placements à long terme, certes craignant l'illiquidité, est disposé à patienter pour exécuter ses ordres. C'est un offreur de liquidité en puissance ! Les conclusions de Amihud et Mendelson (1986) ne rejoignent pas celles de Brennan et Subrahmanyam (1996) et de Jacoby, Fowler et Gottesman (2000). Ces derniers construisent un modèle CAPM ajusté aux coûts de liquidité qui prédit une relation convexe entre la durée de détention et le niveau de liquidité.

La liquidité des actifs est devenue, au cours de ces dernières années, un élément prépondérant des stratégies d'investissement. Une grande part de cet intérêt pour la liquidité provient des difficultés d'absorption par le marché rencontrées par les investisseurs qui souhaitent se dessaisir ou acquérir une quantité significative d'actions de faible capitalisation boursière. De telles négociations induisent parfois des replis ou des hausses de cours excessifs. Ainsi, les gestionnaires de fonds privilégient les actions les plus liquides, ce qui leur permet de réduire leurs coûts de transactions (coût d'instantanéité, coût de fragmentation des ordres...), de dynamiser leurs portefeuilles (les engagements et désengagements peuvent s'effectuer rapidement) et d'éviter, bien entendu, que la performance du fonds ne soit troublée par l'absence d'une contrepartie suffisante, ne serait ce que temporaire, sur le marché.

En conséquence, la liquidité doit être considérée comme un type de risque non négligeable à prendre en compte dans le cadre d'une gestion de portefeuille. Une telle prise en compte peut se traduire de différentes manières : D'une part, le critère de liquidité peut entraîner la mise en place de stratégies sous la forme de l'instauration de programmes de placement d'ordres. D'autre part, l'analyse d'un portefeuille ne doit pas seulement être élaborée à partir du seul risque de marché estimé à partir de l'évolution des rentabilités des actifs gérés, mais aussi du risque de liquidité du portefeuille qui peut être décomposé en deux types de risque. Premièrement, le risque de liquidité propre au titre financier (sa fourchette par exemple) et deuxièmement, le risque de liquidité lié à la taille de la position détenue : plus la position est importante, plus le risque de liquidité (appelé aussi le risque de liquidation du portefeuille) est élevé.

Ainsi la seconde partie de cette thèse s'articule autour des deux chapitres suivants : le troisième chapitre consiste à évaluer le risque de liquidité. Après avoir réalisé un état de l'art sur la question, nous mettons en œuvre deux analyses empiriques. La première analyse revient à effectuer un ajustement de la Valeur en Risque (*Value at Risk*) - mesure récente et renommée d'évaluation du risque des portefeuilles. Il s'agit ici d'une application du modèle de décomposition proposé par Bangia, Diebold, Shuermann et Stroughair (1999). La seconde analyse est une proposition de modélisation qui a pour fondement les modèles de durée que nous avons abordés lors du chapitre précédent.

Le quatrième et dernier chapitre a pour objet l'analyse du carnet d'ordres : nous nous situons ainsi au cœur du problème de la liquidité mais aussi et surtout à l'épicentre du marché puisqu'un examen approfondi est à même de révéler les différentes stratégies de placement d'ordres réalisées par les investisseurs. En effet, la connaissance de l'organisation et de la « qualité » des marchés notamment en termes de liquidité, ou encore l'estimation de ce risque de liquidité ne suffisent plus aux investisseurs. Ceux-ci attendent des réponses en matière de gestion de ce risque de liquidité. Ce chapitre présente deux études réalisées à l'aide d'un nouvel outil : la Reconstitution du Carnet d'Ordres (RCO). La première étude concerne l'examen des ordres cachés au sein du carnet d'ordres tandis que la seconde correspond à l'analyse approfondie du placement d'ordres. Cette analyse est complétée par une étude clinique de l'effet compensation [Le Saout (1999a)].

Chapitre 3

L'ESTIMATION DU RISQUE DE LIQUIDITÉ

INTRODUCTION

La crise russe qui s'est déroulée en juillet 1998 et la propagation des effets qui s'en est suivie sur l'ensemble des places financières mondiales a été à l'origine de nombreux débats. Beaucoup se sont interrogés sur les éléments constitutifs de cette crise systémique. Si la sous-évaluation des risques de crédit et les effets de leviers ont conduit à la crise russe, l'un des facteurs prédominants de cet embrasement des marchés financiers est certainement dû à la corrélation des risques. Selon le FMI¹, le facteur qui a « allumé la mèche » et qui a donc déclenché ce processus d'interdépendance est l'illiquidité du marché des changes². En période de crise financière, la liquidité tend à s'assécher, ce qui se traduit non seulement par une baisse de l'offre de liquidité mais aussi par une augmentation de la corrélation des rentabilités des actifs. Ceci a pour effet de rendre inopérant la diversification.

Ce risque de liquidité est difficilement prévisible en dépit de nombreux modèles d'évaluation des risques y compris les modèles très usités de la *Value at Risk* car ceux-ci ne prennent en général pas en compte le problème de liquidité. Son origine réside dans le fait que la liquidité est difficilement quantifiable. Des moyens doivent néanmoins être mis en œuvre pour améliorer la gestion de ce risque qui semble être de plus en plus ressenti sur les marchés.

Le troisième chapitre va s'articuler autour de deux sections. Dans une première section, on explique comment se caractérise le risque de liquidité et on passe en revue différents modèles qui tiennent compte du risque de liquidité dans l'évaluation du risque de marché. L'accent est particulièrement mis sur les modèles de valeur en risque qui constituent une référence. La seconde section possède une vocation empirique puisque deux analyses sont proposées. La première consiste à appliquer le modèle de *Value at Risk* ajusté par le risque de liquidité proposé par Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999). La seconde étude est une proposition de modélisation où l'on considère la liquidité comme un facteur de risque.

¹ « Financial Turbulence and the world economy », World Economic Outlook and International Capital Markets », Interim Assessment, December 1998.

² Voir Fontaine (1997) pour une analyse du marché des changes.

SECTION I - VALEUR EN RISQUE ET RISQUE DE LIQUIDITÉ

Le risque de liquidité correspond à la perte provenant des coûts de liquidation³ d'une position. Ce risque augmente lorsque les marchés ne sont pas liquides. Typiquement, l'illiquidité d'un marché se manifeste sous forme d'importants coûts de transaction, un *turnover* peu élevé, un faible nombre de transactions durant la séance ou encore une fourchette de prix élevée⁴. Ces facteurs signifient que les investisseurs qui souhaitent solder une position vont devoir payer des coûts significatifs pour le faire : ils peuvent supporter des coûts de transaction importants, un délai d'attente relativement grand en raison de l'absence de contrepartie ou encore vendre rapidement à un prix désavantageux. Il est manifeste que la plupart des marchés connaissent des problèmes de liquidité. En effet, de nombreux marchés ne présentent pas un niveau de liquidité acceptable durant toute la séance ; il n'existe que très peu de marchés, en général les places financières où sont cotées les grosses capitalisations, qui peuvent se vanter d'offrir un niveau de liquidité suffisant aux intervenants financiers. Cependant, même la liquidité de ces grandes places boursières ne peut pas être garantie. Ces marchés sont très liquides la majorité du temps, mais occasionnellement lors des séances de crise, leur liquidité « s'assèche ». Ainsi, aucun marché de la planète ne peut garantir un niveau de liquidité adéquat tout le temps. Le risque de liquidité est donc un facteur important, tout au moins potentiellement, mais qui est souvent ignoré des investisseurs.

I.1 DÉFINITIONS DU RISQUE DE LIQUIDITÉ

Il est possible de distinguer deux types de risque de liquidité selon Dowd (1998). Le premier est le risque de liquidité « normal » qui augmente au gré des échanges sur des marchés (actions) considérés comme peu liquides. Le second type de risque de liquidité est plus insidieux. Il s'agit du risque de liquidité qui augmente lors des crises boursières où le

³ Nous nous plaçons dans le cas d'une cession d'actif, mais le raisonnement demeure identique dans le cas où l'intervenant souhaiterait investir.

⁴ Voir aussi le premier chapitre.

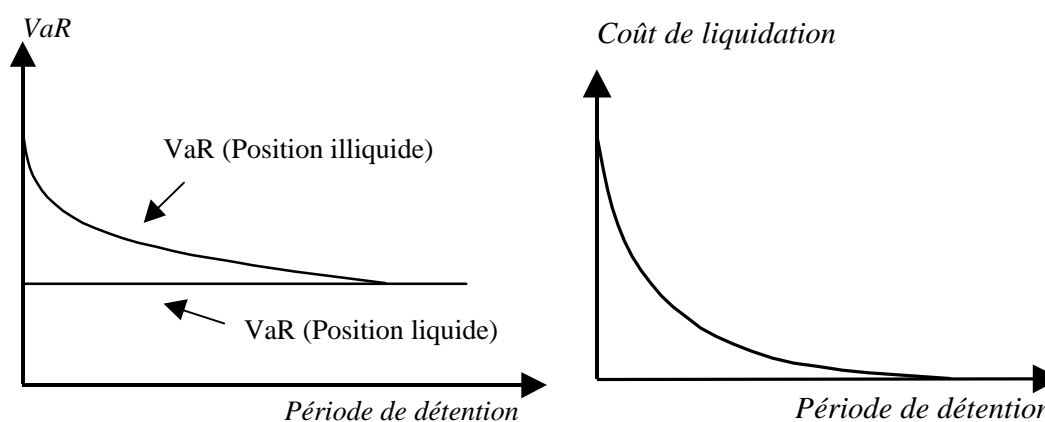
marché « paniqué » perd son niveau courant de liquidité : l'investisseur qui solde ses positions enregistre ainsi une perte plus importante que lors de circonstances normales.

I.1.1 Le risque « normal » de liquidité

Le risque « normal » de liquidité correspond à la perte potentielle qu'on subit par rapport au prix qu'on aurait dû obtenir. On doit donc se focaliser sur le prix du marché : le risque de perte survient en raison de mouvements défavorables du prix de marché. Cependant il convient de faire attention à ce qu'on appelle « prix de marché » en particulier lorsqu'on se situe sur un marché liquide : le prix affiché ne signifie pas du « prix réel ». Celui-ci peut très bien résulter d'un manque antérieur de liquidité. Ainsi, le prix dépend du sens de la transaction, de la taille de la transaction que l'on souhaite effectuer, mais aussi du temps que l'on s'accorde pour effectuer la transaction. Toutes choses égales par ailleurs, si on souhaite vendre rapidement, le prix obtenu est nettement défavorable ; au contraire, si on a la possibilité d'étaler dans le temps la transaction, le cours obtenu est plus favorable.

Par conséquent, il faut modifier la conception de la *Value at Risk* et prendre en compte ces coûts de liquidité. La relation entre les coûts de liquidité et la valeur en risque est indiquée par la figure 3.1 ci-après. Elle indique des situations de position liquide et de position illiquide. On peut solder une position liquide rapidement et obtenir le prix de marché sans coût de liquidité significatif. En revanche, il est possible de solder une position illiquide seulement en payant des coûts de liquidation inversement proportionnels au délai qu'il a été nécessaire pour clore la position : plus le délai que l'investisseur s'est accordé pour liquider ses positions est important, moins les coûts sont élevés, cependant, il faut prendre garde au fait que durant l'attente les cours peuvent varier de manière très défavorable. Ainsi, toutes choses égales par ailleurs, une action illiquide a une *Value at Risk* plus importante si les coûts de liquidité sont pris en compte. Pour un même actif, la valeur en risque varie en fonction de la stratégie de placement d'ordres mis en place par l'investisseur. Plus l'ordre d'échange est agressif, plus la *Value at Risk* est élevée.

FIGURE 3.1

Value at Risk, période de détention et coût normal de liquidité⁵

I.1.2 Le risque de crise de liquidité

Le risque de liquidité peut s'accroître dans un autre contexte. Un marché (un titre financier) peut être très liquide la plupart du temps et devenir illiquide lors d'une crise majeure⁶. En règle générale, les troubles démarrent lorsqu'une chute de cours intervient, c'est à dire quand nous assistons à un excès d'offre de titres face à une demande qui tend à se réduire fortement par défiance vis-à-vis des titres. La fourchette de prix tend à augmenter de manière importante. Cela s'explique par l'effet de panique qui règne sur le marché, tous les investisseurs souhaitent vendre au même moment et dégarnissent le carnet d'ordres du côté acheteur. Ceci explique d'ailleurs la mise en place par les autorités boursières de réservations de cotation. Nous sommes dans une situation où il n'existe plus de stratégie de placement : tout le monde souhaite liquider sa position.

En ce qui concerne le risque de crise de liquidité, la meilleure solution apparaît être la prise en compte de ce phénomène dans les scénarios de *stress testing*. Pour ce qui est du risque normal de liquidité, des modélisations commencent à voir le jour. La méthode consiste à

⁵ Source : Dowd (1998)

⁶ Aucune hypothèse n'a été effectuée concernant la localisation des marchés où le risque de crise de liquidité est le plus élevé. Pourtant, il s'agit d'une question très intéressante à l'heure de la consolidation des marchés financiers. Actuellement, les principales bourses de valeur de la planète sont en pourparlers en vue de la création d'un marché mondial, le *Global Equity Market*, accessible à tous et fonctionnant en continu vingt-quatre heures sur vingt-quatre. Un tel marché serait certainement qualifié de marché le plus liquide du monde. Selon nous, il s'agirait aussi du marché le plus soumis au risque de crise de liquidité. En effet, la moindre nouvelle, bonne ou mauvaise, non anticipée, engendrerait de fortes variations au vu du nombre d'investisseurs susceptibles d'intervenir, ce qui laisse augurer d'un réveil bien difficile pour certains...

construire un modèle d'évaluation du risque et d'y introduire une ou plusieurs variables susceptibles de représenter une dégradation du niveau de liquidité. Ainsi, se développent à des modèles de valeur en risque, une des mesures du risque les plus utilisées à l'heure actuelle, ajustés au risque de liquidité.

Préalablement à la présentation des différentes propositions qui ont été effectuées en matière de *Value at Risk* ajustée par le risque de liquidité, nous allons exposer brièvement le contenu du concept de valeur en risque

I.2 LE CONCEPT DE LA VALEUR EN RISQUE

La notion de *Value at Risk* fut introduite au milieu des années quatre-vingts par les groupes bancaires américains au moment où se développaient les marchés dérivés. La naissance des produits dérivés représentait un nouveau challenge pour le management des risques dans la mesure où les outils traditionnels destinés à quantifier le degré d'exposition au risque devenaient obsolètes. Ainsi, par exemple, deux contrats de dérivés avec la même valeur spéculative pouvaient présenter des niveaux de risque différents. A l'aide de la *Value at Risk*, les banques ont développé un indicateur global de perte économique qui pouvait quantifier le risque d'un portefeuille composé d'actifs financiers différents.

Un autre stimulant qui a permis le développement rapide fut le mouvement vers le *mark-to-market*, aussi bien pour les produits comptants que pour les contrats dérivés.⁷ Cependant, le facteur le plus important qui a permis l'utilisation de la *Value at Risk* demeure l'émergence des règlements internationaux qui ont été établis au lendemain de retentissantes faillites telle que celle de la Barings (1995) ou encore la Sumitomo Bank (1996).

En 1993, la publication du rapport⁸ du Groupe des Trente⁹ recommandait la mise en place d'une évaluation journalière du risque et préconisait l'usage de la *Value at Risk* (VaR) comme mesure de risque de marché. Sous l'impulsion du comité de Bâle¹⁰ (1995) et son

⁷ Pour de plus amples développements, voir aussi RiskMetrics Technical Document, Chapitre 2, « historical perspective of VaR », Pages 21-29.

⁸ « Derivatives : practices and principles », rapport du Groupe des Trente.

⁹ Le Groupe des Trente est un forum international composé de banquiers, d'autorités de contrôle et d'académiciens.

¹⁰ Ce comité regroupe les autorités du contrôle bancaire du G10.

adoption par le groupe JP Morgan¹¹ qui est à l'origine du concept, la *Value at Risk* est devenue rapidement une référence en matière d'évaluation du risque de marché.

La *Value at Risk* est donc utilisée par l'ensemble des professionnels, cependant son évaluation diffère d'un agent à l'autre, ce qui apporte la preuve que le concept, certes reconnu de tous, ne constitue pas une assurance contre la faillite.

Afin de comprendre les enjeux de la prise en compte du risque de liquidité dans l'évaluation des risques de marché auxquels sont soumis les différents acteurs du marché, nous présentons ci-après de manière brève le concept de *Value at Risk* et les éléments de réglementation relative à son usage.

I.2.1 Définitions

Il existe de nombreuses statistiques appliquées à la mesure du risque. L'écart type est une mesure du risque total ; la duration et la valeur d'un point de base sont utilisées par les gestionnaires d'obligations ; les delta, gamma, vega et rho résument les différents risques de positions détenues en options. Ces mesures du risque sont des instruments spécifiques et ne prennent pas en compte les différentes corrélations qui existent entre ces différentes classes d'actifs. Ils décrivent le montant de la perte si un événement intervient telle qu'une variation de taux sur le cours d'une obligation, mais ne nous indiquent jamais la probabilité d'occurrence d'une telle perte.

La Valeur en risque remplit ce rôle : elle enveloppe les différentes mesures de risque évoquées précédemment et incorpore une probabilité de perte. Ainsi, le concept de *Value at Risk* peut se définir de manière assez simple : d'une part, elle détermine la probabilité de distribution des pertes ou profits d'un portefeuille pour un horizon donné, et d'autre part, elle résume cette distribution à l'aide d'une simple statistique.

Il convient de faire attention à ne pas assimiler la *Value at Risk* comme étant la perte maximale qu'on risque de subir ; la *Value at Risk* synthétise en un simple nombre un seuil de perte qui ne peut être franchi qu'avec un niveau de probabilité fixé a priori.

En pratique, l'horizon temporel retenu est une journée ou un mois. Typiquement, la statistique résumant la perte que peut subir un portefeuille sur un horizon spécifié est la

¹¹ *RiskMetrics*TM (1994)

limite supérieure d'un intervalle de confiance. Occasionnellement, d'autres statistiques tel que l'écart-type des pertes ou profits, peuvent être utilisées.

De manière analytique, la définition se résume de la manière suivante :

Considérons un actif dont la valeur à un instant t est notée V_t . On définit alors la perte subie sur cet actif durant une période $[0;t]$ par la formule qui suit, sous l'hypothèse de stationnarité de la valeur de l'actif :

$$Perte_t = V_0 - V_t$$

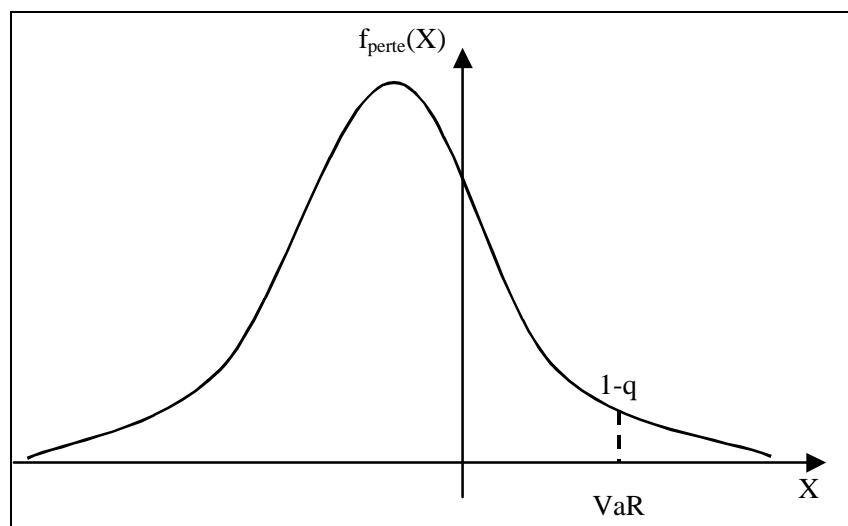
La VaR de l'actif pour la durée t et le niveau de probabilité q se traduit comme la perte encourue maximale sur cet actif durant l'intervalle $[0;t]$ pour une probabilité de $1-q$, c'est-à-dire :

$$PROB[perte_t > VaR] = 1 - q \text{ ou encore } PROB[perte_t \leq VaR] = q$$

Graphiquement, la valeur en risque peut être représentée de la manière indiquée par la figure 3.2.

FIGURE 3.2

Détermination de la valeur en risque



Il existe donc deux paramètres déterminants dans la définition de la notion de Valeur en risque : la durée t et la probabilité q .

Pour le cas où la probabilité q correspond à un saut de la fonction de répartition ou encore à un palier de la fonction répartition, il est nécessaire de revoir la formule. Nous obtenons alors :

$$VaR_q = \max[VaR : PROB(perte_t \leq VaR) \leq q]$$

En règle générale, on fixe une fois pour toute la durée de calcul la Valeur en risque (un jour, une semaine ou un mois) et on calcule la VaR en fonction de la probabilité q .

La transition d'une durée VaR à une autre s'effectue de manière relativement aisée. Nous savons en effet que le risque s'accroît avec le temps ; plus notre position est longue, plus le risque de perte qui lui est associée est important. Cependant, contrairement à l'espérance de rentabilité, la volatilité ne croît pas de manière linéaire. La prévision de long terme est rendue compliquée par les *trends*, l'autocorrélation et le retour à la moyenne des rentabilités ainsi que par l'ensemble des corrélations entre les facteurs macroéconomiques. Si nous souhaitons convertir une VaR quotidienne en une VaR hebdomadaire, une méthode couramment employée est utilisée : la racine carrée de l'échelle de temps (*square root of time scaling*). Cette méthode extrapole de manière sommaire les volatilités quotidiennes en volatilité de long terme. Cette méthode fait cependant pour hypothèse que les cours sont indépendants les uns des autres et qu'il n'y a pas d'autocorrélation, de tendance ni de retour à la moyenne sur les marchés.

Il faut noter que la *FED*, en raison des hypothèses restrictives, n'encourage pas ce genre d'approche et privilégie une estimation de la *value at risk* à n jours à partir des rentabilités calculées sur n jours, ce qui compte tenu des bases de données existantes ne présente pas réellement d'inconvénient. Cette remarque montre à quel point les organismes sont sensibles aux méthodes d'estimation de leur valeur en risque.

Les modèles de risque de marché désignent les modèles permettant de mesurer les pertes potentielles dues aux variations de prix des différents actifs financiers. Il existe plusieurs approches pour prévoir les risques de marché, mais aucune méthode n'est jugée meilleure qu'une autre pour toutes les situations. Durant ces dix dernières années, les modèles de *Value at Risk* ont été mis en œuvre aussi bien dans les milieux financiers que dans les entreprises non financières. Inspirés par la théorie moderne de portefeuille, les modèles de

valeur en risque prévoient les risques à partir d'analyses historiques des mouvements de cours sur les marchés.

Les méthodes de calcul de la *Value at Risk* sont aujourd'hui relativement nombreuses ; les trois hypothèses principales qui permettent de différencier ces techniques d'estimations portent sur la distribution des prix des actifs, sur les modèles d'évaluation des prix des actifs ainsi que sur la stationnarité des rentabilités. Ainsi, les trois approches pionnières ont été la méthode de la matrice de variance-covariance, les simulations de Monte-Carlo et la méthode de l'analyse historique. Chacune de ces méthodes possède des avantages mais aussi des inconvénients ; elles donnent cependant toutes les trois une vision plus compréhensible des risques de marché. Il existe bien entendu d'autres réponses aux principaux inconvénients que pose le recours aux méthodes traditionnelles d'estimation de la *Value at Risk*. L'approche par la théorie des valeurs extrêmes¹² constitue une réelle alternative.

En quelques années, la *Value at Risk* est ainsi devenue un outil de gestion accepté et reconnu par la communauté financière, afin de mesurer l'ampleur de la perte associée à des événements rares, i.e. des événements qui se situent au niveau des queues de distribution plus ou moins épaisses, sur les marchés financiers. Néanmoins, la *Value at Risk* est difficilement capable d'estimer la probabilité et le montant de pertes extrêmes enregistrées lors de certains retournements brusques de tendance¹³. Une tentative de réponse a été apportée pour essayer de tenir compte de ces phénomènes rares : les tests de *stress* et les analyses de scénarios.

I.2.2 Réglementation

La valeur en risque ne soulève pas d'interrogations seulement au plan de la méthodologie, mais également au niveau réglementaire. En effet, devant la multiplication des modèles de quantification du risque ayant pour fondement la *Value at Risk*, les différents organismes de réglementation nationaux et internationaux ont été contraints d'émettre des directives aux institutions financières. Désormais, les modèles internes de gestion des risques des différents organismes financiers doivent répondre à certains critères d'ordre qualitatif (i.e.

¹² De nombreux auteurs ont développé et appliqué cette théorie à la *Value at Risk*. On peut ainsi citer Longin (1995), Danielson et De Vries (1997), ou encore Danielson, De Vries et Hartman (1998).

¹³ A notre connaissance, aucun modèle n'arrive à prévoir l'imprévisible !

l'infrastructure et politique de gestion des risques) et quantitatif, afin d'être validés comme outil servant de mesure du risque de marché. L'outil privilégié de validation est appelé *backtesting*. Le principe d'une telle procédure revient à comparer les résultats observés avec les mesures de risque générées par le modèle mais aussi à tester l'exactitude des modèles existants.

La *BIS* (*Bank of International Settlement*) et le Comité de Bâle recommandent de multiplier la valeur de la *Value at Risk* pour une période de 10 jours par un multiple pour déterminer le capital nécessaire permettant de couvrir les engagements. Ainsi, la formule suivante indique le montant des capitaux requis pour exercer selon les normes prudentielles :

$$\text{Capitaux Requis} = 3 * VaR + \text{Minimum fixé}$$

On comprend, à la lecture de cette formule, que le niveau de capitaux requis est étroitement lié au calcul « interne » de la *Value at Risk*, c'est-à-dire à la méthode d'estimation utilisée par les institutions financières. Étant donné qu'il n'y a pas de modèle imposé, les organismes de réglementation ont du trouver un moyen de comparer les nombreux modèles internes.

La *BIS* prévoit de mettre en place des pénalités financières pour les institutions dont les modèles de *Value at Risk* auraient tendance à sous-estimer le risque, i.e. les organismes qui sous-évaluent le risque de manière à disposer de plus de capitaux à investir. Parmi les sanctions, le comité de Bâle propose d'augmenter le niveau des fonds minima dans le calcul des capitaux requis pour couvrir une partie des risques ou encore tout simplement d'accroître le coefficient multiplicateur de la *Value at Risk* dans cette même équation.

Cette présentation sommaire¹⁴ nous a permis de montrer que l'approche *Value at Risk* était focalisée sur le risque de prix. Or, le calcul de la valeur en risque de portefeuille n'est pas si aisé. Il n'y a pas qu'une seule source de risque. Ainsi, les modèles ne considèrent pas le risque de liquidité, c'est-à-dire le risque que la liquidité des marchés financiers baisse, rendant plus délicate la réalisation d'opérations financières. La panique qui a régné sur les places financières lors de la crise monétaire d'août 1998 a engendré un assèchement de la

¹⁴ Voir aussi Esch, Kieffer et Lopez (1997) pour un complément d'information sur la *value at risk*.

liquidité. C'est le principe de « l'effet boule de neige » qui s'est appliqué. Les ventes ont succédé aux ventes entraînant ainsi des baisses excessives comme le confirme la reprise des cours qui a eu lieu par la suite.

Selon Dunbar (2000), non seulement la *value at risk* ne prend pas en compte le risque d'une baisse de la liquidité mais elle contribue à accroître ce risque ! Son argumentation repose sur la description de la crise monétaire russe en août 1998, i.e. la Russie n'a pas été en mesure de rembourser ses dettes de court terme. Dunbar (2000) estime que lorsque les pertes ont franchi le seuil déterminé par *value at risk*, chaque agence d'investissement a coupé l'ensemble de ses positions en Russie mais aussi des positions « profitables » afin de lever le nantissement pour leurs positions perdantes avec les banques contrepartistes. Dunbar (2000) signale que cette réaction est une réponse aux préconisations du comité de Bâle afin d'éviter des pertes supplémentaires. Or le problème est que tout le monde aurait agi de cette manière d'où un excès de demande de liquidité et une propagation à l'ensemble des marchés financiers. La volatilité s'est envolée pour atteindre des niveaux non incorporés par les différents modèles de gestion des risques ce qui a entraîné à nouveau des pertes potentielles non couvertes.

Il convient toutefois de nuancer l'argumentation de Dunbar (2000) même s'il apparaît clair qu'un effet moutonnier s'est révélé devant le défaut de la Russie et l'augmentation de la volatilité. Outre la lecture différente qui peut être faite des règlements émis par le comité de Bâle, on peut penser que si la *value at risk* n'existait pas, l'histoire aurait été identique. Face au risque de contrepartie de la part de certaines banques, il a été procédé à des arbitrages en faveur d'actifs de qualité (*flying to quality, flying to liquidity*), ce qui a eu pour effet d'amplifier le mouvement de baisse.

Quoiqu'il en soit, le risque de marché est fortement sous-estimé ce qui rend nettement plus vulnérables certaines institutions dans la mesure où les fonds de garantie sont insuffisants. La fréquence accrue des accidents boursiers aidant, ce risque a commencé à faire l'objet de recherche détaillée.

I.3 LES DIFFÉRENTES ÉVALUATIONS DU RISQUE DE LIQUIDITÉ

La littérature consacrée à l'estimation du risque de liquidité et de sa prise en compte dans l'évaluation de la *Value at Risk* n'est pas encore prolifique. La survenance d'évènements extrêmes et de crise de liquidité apparaissant de plus en plus régulièrement, les tentatives d'explication de ces phénomènes se développent. Deux types de modélisation ont retenu notre attention. Il s'agit de la prise en compte du délai de liquidation d'un portefeuille et de la décomposition du risque de marché. Au préalable, nous présentons les travaux de Dembo (1997) qui intègre le risque de liquidité dans la construction de la frontière d'efficience. Ses travaux nous permettent d'apprécier l'incidence du risque de liquidité.

I.3.1 Efficience, valeur en risque et risque de liquidité

La *Value at Risk* telle que nous l'avons présentée n'est pas une mesure unique, il existe d'autres types de mesures issues de ce concept en particulier la *Var Relative* appelée aussi *Benchmark Value at Risk* (B-VaR).

La *Value at Risk* relative mesure le risque de sous-performance relativement à un *Benchmark*. Cette mesure est très prisée dans la mesure où la plupart des investisseurs compare leur performance à un indice boursier. L'exemple ci-dessous caractérise le concept de cette mesure.

Dans cet exemple, on considère un portefeuille A pour lequel il y a 99% de chances pour que la perte n'excède pas 10% de sa valeur initiale tandis que la sous performance du portefeuille A vis-à-vis de l'indice CAC 40 ne serait que d'au maximum 3% à ce même seuil de 99%.

Ce rapport révèle d'importantes différences entre la VaR et la VaR relative. Le portefeuille B possède la *Value at Risk* la plus élevée (11%) mais en considérant son indice de référence, il possède la *Value at Risk* relative la plus faible (1%). En sens inverse, le portefeuille C se voit attribuer la plus faible *Value at Risk* (5%) mais une VaR relative élevée (4%) qui peut trouver son explication non pas en raison d'une mauvaise duplication mais à cause du niveau de rentabilité attendue.

TABLEAU 3.1

Exemple de portefeuilles exposés au risque

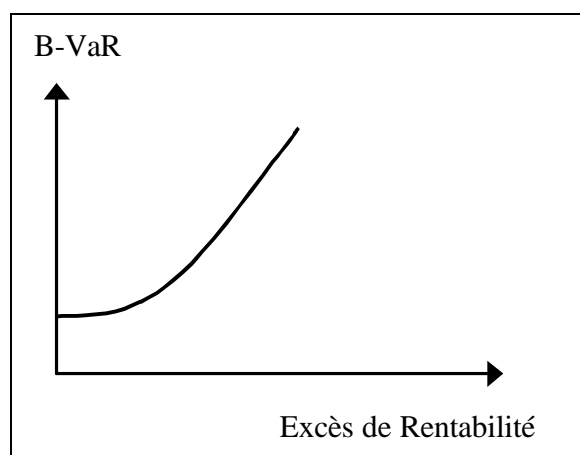
Portfeuille	VaR* (%)	Benchmark	Relative VaR* (%)
A	10	CAC 40	3
B	11	SBF 80	1
C	5	MIDCAC	4
D	8	Indice NM	3

* : seuil de confiance à 99%, horizon d'1 mois.

Pour être une mesure du risque, la *Benchmark Value at Risk* doit être associée à l'excès de rentabilité que l'on calcule par rapport à la rentabilité de l'indice de référence. Ceci permet dès lors d'établir une frontière entre le risque et la rentabilité (voir figures 3.3 et 3.4).

FIGURE 3.3

Relation entre la B-VaR et la rentabilité en excès



Source : Dembo (1997)

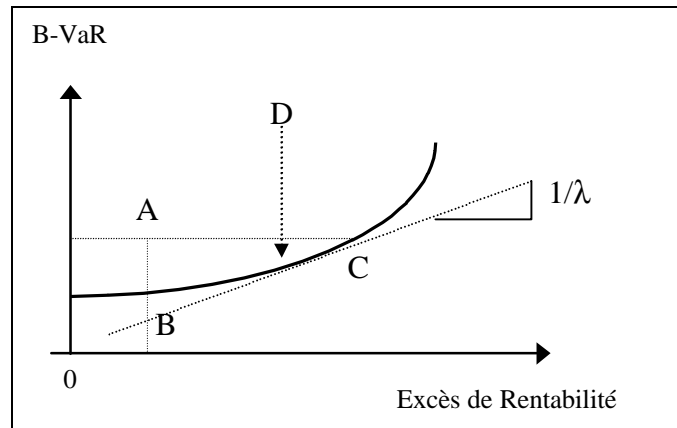
Les deux portefeuilles A et C ont des B-VaR égales. Toutefois le portefeuille A est qualitativement plus risqué dans la mesure où pour un niveau de rentabilité moindre il devrait avoir une B-VaR associée plus faible, i.e. il devrait occuper la place B.

Bien que les deux portefeuilles B et C soient positionnés sur la frontière, leur situation diffère. En effet, le désir d'améliorer leur espérance de rentabilité par rapport à l'indice de référence engendre une prise de risque supplémentaire plus importante pour le portefeuille C que pour le portefeuille B.

La position du portefeuille sur la courbe dépend donc de l'aversion au risque du gestionnaire. La position optimale sur la courbe est le point de rencontre avec la tangente de pente $1/\lambda$. Le coefficient λ représente alors le degré d'aversion au risque du gérant de portefeuille.

FIGURE 3.4

Principe de frontière efficiente



Source : Dembo (1997)

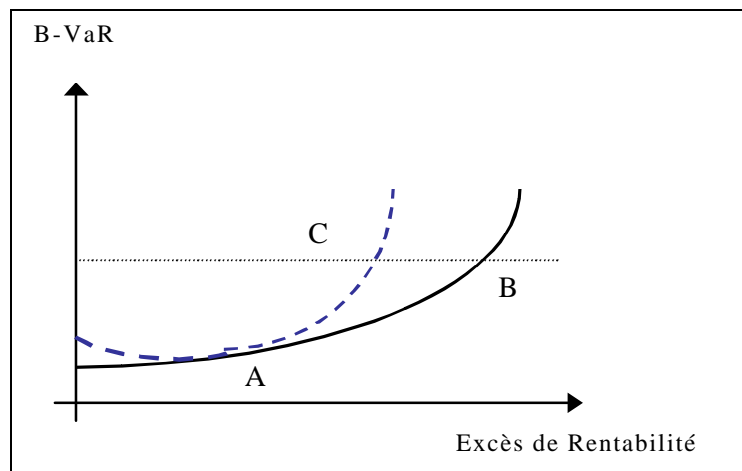
Contrairement aux règles d'efficience, la frontière ne passe pas par l'origine. En effet, sur des marchés avec frictions, que l'on qualifiera d'imparfaits, il est impossible d'éliminer la totalité des risques même si l'excès de rentabilité est nul ; il est alors évoqué la notion de « risque incompressible » qui trouve son origine dans les coûts de transaction, et bien entendu l'illiquidité du marché.

Le niveau de liquidité va aussi avoir un impact sur la pente de la frontière efficiente : plus le niveau de liquidité est faible, plus la pente de la courbe va diminuer comme l'illustre la figure 3.5.

La courbe en trait plein [AB] correspond à la frontière efficiente dans des conditions optimales de liquidité. Si le marché venait à perdre son niveau de liquidité initial, on observe alors une rotation de la frontière vers la gauche : il s'agit de la courbe en pointillés [AC] ; pour une même valeur de B-VaR, on constate une diminution de l'excès de rentabilité. La différence de rentabilité correspond à un coût de liquidité, représenté par le segment [CB]

FIGURE 3.5

Impact de la liquidité sur la frontière efficiente

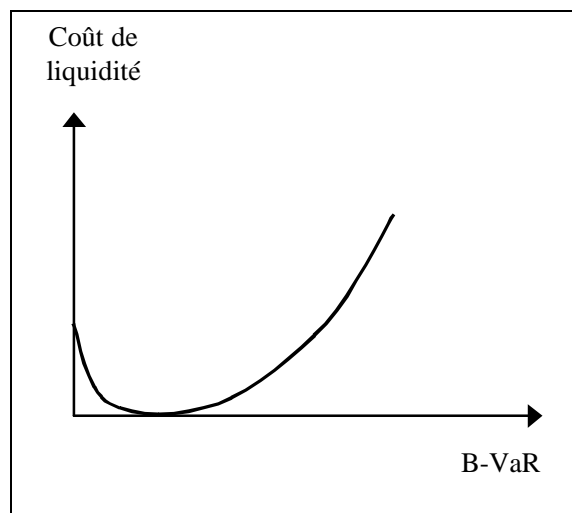


Source : Dembo (1997)

La figure 3.6 ci-dessous montre qu'à un niveau de B-VaR, correspond un coût de liquidité spécifique, mesuré comme une perte d'excès de rentabilité (plus exactement son espérance). Cette valeur augmente dès que l'on s'éloigne du point A et confirme ainsi, le risque auquel on s'expose, si on ne prend pas en compte l'illiquidité potentielle.

FIGURE 3.6

Évolution du risque de liquidité en fonction de la B-VaR



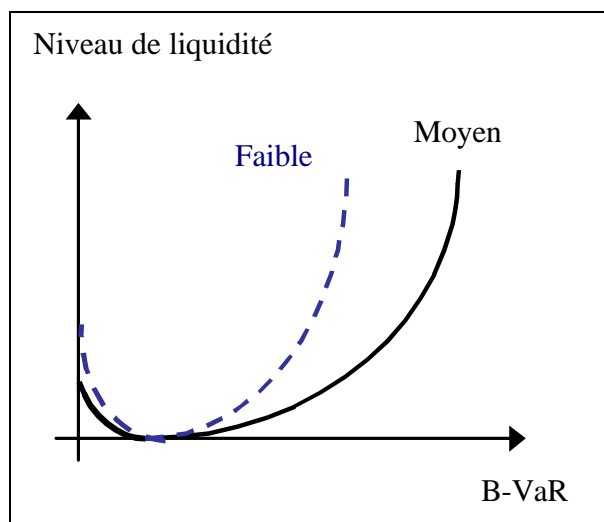
Source : Dembo (1997)

Le coût de liquidité doit donc être pris en compte par le gestionnaire car, comme l'indique la figure 3.7, à niveau de rentabilité et de *Value at Risk* relative égales, le coût de la liquidité peut évoluer de manière très défavorable. Le portefeuille peut ainsi ne pas être en situation « Pareto optimale ».

Plus qu'une modélisation, l'intérêt de l'article de Dembo (1997) réside dans la véritable mise en garde contre l'omission du facteur de liquidité dans l'estimation de la *Value at Risk* qui pourrait coûter fort cher aux gérants de portefeuille.

FIGURE 3.7

Classe de liquidité versus B-VaR



Source : Dembo (1997)

I.3.2 Valeur en risque et horizon de détention

Jarrow et Subramanian (1997) considèrent l'effet de la taille des transactions et le délai de liquidation d'un portefeuille sur sa valeur. Ils aboutissent à la présentation d'une *Value at Risk* ajustée du risque de liquidité ; cette mesure incorpore le coût de liquidité, la volatilité du coût ainsi que la volatilité durant la période de liquidation. Malheureusement, derrière ce concept très attractif, se dissimule une boîte noire aux paramètres difficilement mesurables. L'approche du risque de liquidité par la détermination d'un horizon de liquidation de portefeuille est elle aussi retenue par Bertsimas et Lo (1998) ainsi que Almgren et Chriss (1999).

Devant des fonctions de demande et d'offre peu élastiques, Bertsimas et Lo (1998) proposent un modèle d'optimisation des coûts de transaction et cherchent ainsi à minimiser le coût attendu d'un échange de bloc pour une durée d'échange fixée. Pour cela, ils modélisent les différents impacts des transactions sur les prix. Dès lors, il semblerait possible de mettre en place des stratégies de placement d'ordres. Almgren et Chriss (1999)

examinent le problème du solde d'un portefeuille avec l'objectif de minimiser une combinaison du risque de volatilité et des coûts de transaction susceptibles d'augmenter de manière temporaire et /ou permanente en raison de l'impact des ordres sur le marché. A partir d'un simple modèle linéaire de coût, ils construisent une frontière efficiente dans un espace temps – stratégie de liquidation, qui possède un niveau de coût attendu minimum pour un niveau de probabilité donné. Cette analyse les amène à mettre en relief des stratégies d'échanges ainsi que différentes applications incluant une définition de la *Value at Risk* ajustée par le niveau de liquidité.

Ces travaux rentrent d'une certaine manière dans le cadre des travaux effectués par Lawrence et Robinson (1995). Leur analyse a pour fondement le principe selon lequel, il n'est pas possible de solder la totalité d'un portefeuille sans engendrer des pertes supplémentaires. Une des réponses à ce problème est d'allonger l'horizon de la *Value at Risk* (on estime une *VaR* sur 10 jours plutôt qu'une journée) de manière à considérer qu'il existe suffisamment de temps donné à l'investisseur pour que celui-ci solde son portefeuille. La perte de prix subie par le fait d'une détention plus longue peut alors être assimilée d'une certaine manière au risque de liquidité.

Nous allons présenter la modélisation introduite par Lawrence et Robinson (1995) ainsi qu'une « extension » proposée par Häberle et Persson (2000).

I.3.2.1 L'ajustement de l'horizon temporel de la Valeur en risque

Lawrence et Robinson (1995) figurent parmi les premiers à s'interroger sur la non prise en compte dans l'estimation de la *Value at Risk* du risque de liquidité. A partir d'un exemple de calcul de *Value at Risk*, les auteurs estiment que la perte calculée au seuil de probabilité ne correspond pas réellement à la perte maximum pour un horizon de vingt-quatre heures. En effet, selon eux le solde d'une position en vingt-quatre heures entraîne un coût de liquidité supplémentaire sans pour autant avoir pour conséquence un accroissement de volatilité. Ils remettent ainsi en cause l'horizon de la *Value at Risk*, plus l'horizon est faible, plus on sous-estime le risque de liquidité et ceci d'autant plus que la position prise par l'investisseur est importante. L'acte de solder une position, en lui-même, a une conséquence, défavorable pour l'investisseur, sur la fourchette de prix.

Ainsi, sur les marchés peu liquides tels que certains compartiments destinés à échanger des matières premières, l'investisseur qui détient des volumes importants d'actifs, doit supporter un risque élevé de liquidité que ne prend pas en compte la *Value at Risk* traditionnelle.

A partir de ce constat, Lawrence et Robinson (1995, 1998) proposent un modèle générique de *Value at Risk*. Il doit selon les auteurs répondre à la question suivante : « Quelle peut être la perte maximale subie par un investisseur, à un niveau de probabilité donné, lorsqu'il solde ses positions et assure la liquidation de son portefeuille à une vitesse optimale ». En réponse à cette question, Lawrence et Robinson (1995, 1998) émettent l'hypothèse qui suit :

Hypothèse : *Tout portefeuille d'actifs doit pouvoir être soldé de telle manière que la perte des actionnaires soit minimisée. Ceci implique que le gérant de portefeuille choisisse les techniques de couvertures adéquates et la vitesse appropriée de liquidation des actifs sur le marché.*

Cette hypothèse implique que l'horizon du risque doit être **compatible** avec un bon management du risque et une mesure de la *Value at Risk* qui correspond au réel problème économique auquel les institutions financières font face.

En ce qui concerne le risque de liquidité, Lawrence et Robinson (1995, 1998) le décomposent en trois composantes :

- Les coûts de transaction (notés T) encourus lors de la liquidation, qui sont déterminés principalement par la fourchette de prix et la taille « normale » de marché.
- Le coût d'exposition (noté E), qui mesure le risque d'un mouvement défavorable du « vrai » prix (dans le cas présent, il s'agit du milieu de la fourchette), pendant que la position est maintenue ; cela correspond approximativement à une *Value at Risk*.
- Le coût de couverture de l'exposition (noté H) quand cela est possible.

L'investisseur doit pouvoir assurer la liquidation de son portefeuille de telle manière qu'il minimise la *Value at Risk* ajustée par le risque de liquidité, qui correspond à la somme des coûts de transaction, d'exposition et de couverture, en choisissant un horizon de liquidation (qui correspond aussi à la vitesse de liquidation).

Nous obtenons ainsi la formule suivante :

$$C^* = T + E + H \quad (3.1)$$

Il est à noter qu'il existe un lien étroit (« *trade-off* ») entre les coûts de transaction et les coûts d'exposition. Plus l'horizon de liquidation est court, plus le risque d'exposition est faible et donc moins onéreux. Cependant le coût de transaction risque d'être plus élevé en raison de l'élargissement de la fourchette de prix.

Le gérant de portefeuille doit donc effectuer un choix en déterminant l'horizon de liquidation optimal. Pour cela, il est nécessaire de spécifier les fonctions $T(-)$, $E(-)$ et $H(-)$.

La fonction de coût de transaction T

S'appuyant sur différentes études relatives à l'impact de l'échange de blocs sur les prix [Mikkelson et Partch (1985), Holthausen, Leftwich et Myers (1987), Madhavan et Smidt (1991)], Lawrence et Robinson (1995) émettent l'hypothèse selon laquelle la fonction de coût estimé en fonction de la taille de la transaction est concave. Ainsi le coût moyen baisse jusqu'à une certaine valeur (ceci reflète la moyenne des coûts fixes) avant de remonter après (ce qui reflète les coûts de sélection adverse). Ceci signifie seulement que la courbe de demande face à un intervenant financier sur un marché financier n'est pas parfaitement élastique contrairement à ce qui est implicitement admis lorsque l'on procède à l'estimation d'une *Value at Risk* conventionnelle.

A partir de ce principe, Lawrence et Robinson (1995) estiment que la fourchette de prix, de même que pour la taille « normale » de marché, se situe à proximité du minimum de la courbe dans la mesure où la concurrence entre teneurs de marché les oblige à afficher leurs meilleurs prix. Ceci permet aux auteurs de définir les coûts de transaction comme étant une fonction du *spread* (S_i), de la taille normale de marché (NMS_i) et de l'horizon de liquidation (D_i) sous la forme générale suivante :

$$T = T(NMS_i, S_i, D_i) \quad (3.2)$$

$$\text{Avec } \frac{\partial T}{\partial S_i} > 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial NMS_i^2} > 0$$

Le risque d'exposition du portefeuille E

La fonction de coût d'exposition se détermine de la manière suivante :

$$E = E(D_i, V_i, \Sigma) \quad (3.3)$$

Où V_i est la valeur de l' $i^{\text{ème}}$ position, et Σ est la matrice de variance-covariance des rentabilités pour chaque actif du portefeuille et représente la meilleure prévision sur l'horizon de liquidation donné.

Durant le temps nécessaire pour liquider la position, l'exposition peut croître ou décroître en termes de volatilité, corrélation et bien entendu en termes de taille de la position. Une ambiguïté survient en raison des signes des positions et des corrélations qui peuvent être opposés. Dans le cas d'une simple position de valeur V_i , où le cours de l'actif suit un mouvement brownien géométrique avec une volatilité quotidienne s_i , et qui est soldé au taux d'un échange par jour pendant D_i séances, le pourcentage de confiance, \mathbf{a} , de l'exposition est le suivant

$$E = \mathbf{k}(\mathbf{a}) \cdot V_i \cdot s_i \cdot \sqrt{\frac{D_i}{3}} \quad (3.4)$$

Où $\mathbf{k}(\mathbf{a})$ indique la valeur de l'écart-type requis pour isoler $(1-\mathbf{a})\%$ la queue de la distribution des rentabilités. Dans ce simple cas, l'exposition est fonction croissante de tous ses arguments. Ainsi, cette mesure de l'exposition correspond à $1/\sqrt{3}$ fois la *Value at Risk* standard.

Le coût de couverture du risque systématique, H

Durant la période de liquidation du portefeuille, il est préférable de continuer à couvrir le risque aussi longtemps que cela est réalisable à l'aide d'actifs liquides.

Considérons le cas d'un portefeuille d'actions que l'on souhaite couvrir à partir de la date t pour un nombre de séances de bourses D_i . Le gestionnaire va ainsi vendre des contrats à terme sur les actifs \mathbf{b} .

Le coût de la couverture est donc le suivant :

$$H = H(V_i, \mathbf{b}_i) \quad (3.5)$$

Détermination du taux optimal de liquidation et Valeur en risque ajustée

Une fois qu'ont été quantifiés la nomenclature de la fourchette de prix, l'exposition du « vrai prix » du portefeuille et le coût de la couverture, il est désormais possible de déterminer le taux optimal de liquidation et ainsi de calculer la *Value at Risk* ajustée du risque de liquidité.

La condition du premier ordre pour la minimisation des pertes est ainsi la suivante :

$$\frac{\partial C^*}{\partial D_i} = \frac{\partial T}{\partial D_i} + \frac{\partial E}{\partial D_i} + \frac{\partial H}{\partial D_i} = 0 \quad (3.6)$$

Cette condition implique une solution pour l'horizon de liquidation qui, en général, est calculée numériquement. La solution à l'équation (3.6) est plus que probable : le nombre de transactions nécessaire pour liquider le portefeuille est décroissant avec le risque, et est croissant avec la taille de la position détenue par l'investisseur.

Ainsi, en substituant le temps optimal de liquidation D^* , dans l'expression du coût de liquidation, l'équation devient :

$$C^* = C(D^*) \quad (3.7)$$

Ceci correspond donc à la *Value at Risk* ajustée du risque de liquidité.

La modélisation proposée par Lawrence et Robinson (1995) a donc pour ambition de tenir compte du risque qu'il faut gérer pendant la liquidation du portefeuille, c'est-à-dire durant la période qui sépare la décision de l'opération de vente et la réalisation effective de cette opération.

L'instauration de cette modélisation originale se heurte toutefois à deux obstacles. Si la modélisation apparaît simple, sa mise en œuvre demeure quelque peu délicate. De plus, la détermination d'un taux optimal de liquidation nous apparaît subjective ; nous savons qu'il existe au sein des institutions financières des programmes d'achats et de ventes [Chan et Lakonishok (1996), Economides et Schwartz (1995b)] mais il ne faut pas oublier que la décision de vente est bien souvent liée à l'acquisition d'informations et que par conséquent, le taux de liquidation risque de s'éloigner de son niveau optimal.

Dans une optique sensiblement similaire, Häberle et Persson (2000) proposent une modélisation nettement plus aisée à mettre en œuvre empiriquement.

I.3.2.2 Valeur en Risque et horizon temporel : une approche par les volumes

Häberle et Persson (2000) définissent une *Value at Risk* ajustée pour la liquidité comme la perte potentielle lors de la liquidation conventionnelle d'un portefeuille. Ainsi, le but d'une telle mesure de risque est de prendre en compte non seulement la distribution des rentabilités mais aussi la distribution de la « liquidité » et si possible ses corrélations avec les variations de prix. La différence entre une *Value at Risk* standard et la *Value at Risk* ajustée pour la liquidité que les auteurs proposent est, selon eux, que la mesure standard considère un horizon de liquidation fixe quelle que soit la volatilité des volumes échangés. Häberle et Persson (2000) supposent qu'une fraction du volume moyen quotidien peut être vendue par un investisseur sans que cela ne provoque une réaction sur le prix de marché¹⁵.

Cette nouvelle mesure de risque est estimée à partir de simulations de Monte-Carlo. La modélisation peut être décomposée en six étapes : Premièrement, les auteurs calculent les rentabilités quotidiennes. Deuxièmement, ils simulent différents prix futurs à partir de la distribution historique des rentabilités. Il est par conséquent effectué l'hypothèse selon laquelle les rentabilités quotidiennes sont identiquement et indépendamment distribuées. La troisième étape consiste à simuler différents volumes de transactions futures. Les auteurs proposent pour ces simulations deux méthodes : la première revient à effectuer l'hypothèse que les volumes quotidiens sont identiquement et indépendamment distribués. Cette hypothèse étant réfutable dans la mesure où les volumes ne suivent pas une loi normale, une deuxième méthode est proposée afin de capturer l'autocorrélation des volumes échangés. La quatrième étape a pour objet l'estimation des quantités de titres restant à être soldés selon les volumes simulés. La cinquième étape est destinée à calculer les pertes et profits cumulés pour chaque simulation. Enfin, la dernière étape de cette

¹⁵ Dans leur article, les auteurs considèrent une fraction de 20%. Il s'agit d'un pourcentage élevé qui ne correspond certainement pas à la réalité mais qui permet aux auteurs de mettre en relief les performances de leur nouvelle mesure.

méthodologie permet de déterminer la Valeur en Risque ajustée pour la liquidité selon l'intervalle de confiance qui est retenue.

Les auteurs ont testé empiriquement leurs modèles et effectuent différentes comparaisons à partir du titre Vaudoise Holding qui se caractérise par un volume d'échange moyen quotidien de 166 actions (pour un prix de départ de 4000 CHF). Nous présentons leurs principaux résultats, à savoir les estimations du risque selon une méthode classique et selon le modèle présenté ci-dessus¹⁶. Le tableau 3.2 ci-dessous recense les différents résultats.

TABLEAU 3.2

Pertes cumulatives selon le niveau de confiance, les positions détenues et la méthode d'estimation de la *Value at Risk*

Positions détenues	Niveau de confiance	VaR Standard	VaR ajustée
250 actions	99%	- 160	- 121
	95%	- 109	- 76
500 actions	99%	- 320	- 296
	95%	- 219	- 193
1000 actions	99%	- 639	- 722
	95%	- 438	- 483

Source : Häberle et Persson (2000)

Si nous comparons les deux méthodes d'estimation de la *Value at Risk*, nous pouvons constater que les résultats diffèrent selon la position détenue. Ainsi, si l'investisseur possède une faible quantité de titre, la Valeur en risque ajustée pour le risque de liquidité semble sous-estimer le risque déterminé par une mesure classique de *Value at Risk*. Inversement, lorsque la position de l'investisseur est élevée, i.e. il est plus exposé au risque de liquidité, le risque apparaît plus élevé si l'on emploie la mesure proposée par Häberle et Persson (2000) plutôt qu'une *Value at Risk* standard. Cette observation s'explique par le fait que lorsque l'on a recours à une *Value at Risk* standard, le risque est jugé comme étant linéaire à la taille de la position détenue, c'est-à-dire que si un investisseur détient une ligne d'actions deux fois plus importante qu'un autre investisseur alors sa *Value at Risk* est

¹⁶ Les auteurs présentent plusieurs modélisations. Les résultats présentés correspondent à la modélisation où les auteurs relâchent l'hypothèse selon laquelle les volumes quotidiens échangés sont i.i.d.

deux fois plus élevée. En revanche, le modèle d'estimation du risque ajusté pour le risque de liquidité ne dépend pas linéairement de la position détenue, c'est-à-dire que si la ligne d'action est deux fois plus élevée, la *Value at Risk* va plus que doubler. Les autres illustrent ces propos par l'exemple qui suit. Supposons que nous détenons 100 actions et que nous pouvons vendre 10 actions par jour sans avoir d'influence sur la formation du prix. Il nous faudra donc 10 jours pour solder notre compte. En revanche, si la position initiale est de 200 actions, il nous faudra 20 jours pour solder notre portefeuille, i.e. après les 10 séances, le portefeuille de 100 titres sera encore soumis à un risque décroissant pendant les 10 séances suivantes. Ainsi, la perte potentielle est plus de deux fois plus élevée.

Ce modèle permet de styliser de manière relativement simple l'importance du risque de liquidité. Néanmoins, il présente quelques limites au niveau du traitement du risque de liquidité¹⁷. Tout d'abord, il y a l'hypothèse selon laquelle une part du volume quotidien n'influence pas le prix. Elle est peu contraignante lorsque les titres étudiés sont très liquides, en revanche si l'actif traité est peu échangé, on peut supposer qu'elle se vérifie. Cependant, ce modèle ne s'interroge pas sur la possibilité de solder plus rapidement. Il est en effet, à notre avis, fort possible qu'un horizon de liquidation qui permette de liquider ses positions sans que les échanges individuels n'affectent les prix, engendre une perte potentielle plus importante que s'ils décident d'échanger rapidement quitte à avoir une influence sur les prix. Ceci revient à se poser la question de savoir si le risque de liquidité est supérieur au risque marginal des prix.

Une autre limite à la modélisation intervient, comme le soulignent ses auteurs. Ils ne prennent pas en compte la volatilité de la fourchette de prix. Or il apparaît que la volatilité de la fourchette est loin d'être stable ce qui n'est pas sans conséquence sur les coûts de transactions induits par les échanges. Ce dernier argument constitue l'un des fondements du modèle proposé par Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) que nous allons présenter.

¹⁷ Nous n'évoquons pas ici les limites de l'estimation de la *value at risk* par les méthodes traditionnelles. Voir Aubry et Belkacem (1998) par exemple.

I.3.3 Incorporation du risque de liquidité dans un modèle de valeur en risque traditionnel

À la suite de plusieurs banqueroutes retentissantes, dont celle du Long Term Capital Management (LCTM), Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) se sont aperçus que les pertes subies avaient été amplifiées par l'accroissement du risque d'illiquidité.

Afin de tenter d'améliorer la gestion des risques, les auteurs (1999) présentent un modèle de *Value at Risk* qui intègre le risque de liquidité qui peut survenir sur les marchés lorsque les intervenants financiers décident de solder certaines positions de leur portefeuille. Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) estiment qu'un allongement de l'horizon de la *Value at Risk* ne constitue pas une bonne réponse au problème posé en raison de la subjectivité de l'estimation de ce délai de liquidation.

Préalablement à toute modélisation, ils étudient la nature de ce concept qu'est la liquidité. Ils effectuent ainsi la distinction entre une liquidité endogène et une liquidité exogène. Par la suite, Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) replacent le risque de liquidité dans le contexte général des risques de marchés.

La nature de la liquidité

L'illiquidité exogène est le résultat des caractéristiques du marché. Elle affecte l'ensemble des participants présents sur le marché, sans que l'on puisse attribuer à l'un d'entre eux la responsabilité de cette dégradation du niveau de liquidité. Celle-ci est bien souvent le résultat d'une action collective. Les marchés liquides, tels que les marchés des changes¹⁸, se caractérisent par des volumes de transaction importants, une fourchette étroite et stable, et une profondeur de marché élevée peu volatile. Les coûts de liquidité sont donc négligeables dans la mesure où la fourchette et les risques sont faibles. Par opposition, les marchés illiquides, tels que les marchés émergents, présentent de larges fourchettes volatiles et une contrepartie inexistante.

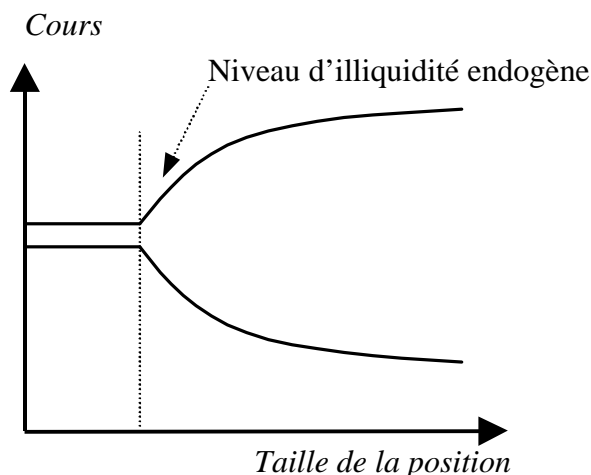
En ce qui concerne l'illiquidité endogène, elle est attribuée aux positions spécifiques de chaque participant. Concrètement, l'exposition au risque de liquidité d'un intervenant est

¹⁸ Voir Fontaine (1997).

déterminée par la taille de sa position : plus la taille est importante, et plus l'illiquidité endogène s'accroît. Cette liaison est décrite par la figure 3.8.

FIGURE 3.8

Effet de la taille d'une position sur la valeur liquidative



Source : BDSS (1999)

Cette figure 3.8 illustre les relations entre les cours de transactions et la taille des ordres. Si l'ordre est de faible taille, alors la transaction s'effectue au cours affiché ; dans ce cas, le coût de liquidité équivaut à la moitié de la fourchette, c'est-à-dire le montant de la liquidité exogène. En revanche, si la taille de l'ordre dépasse la profondeur du marché, le coût sera supérieur à la demi-fourchette et peut atteindre un pourcentage élevé de frais supplémentaires en fonction de l'importance des échanges. Cette différence de prix correspond à la liquidité endogène telle qu'elle est définie BDSS (1999).

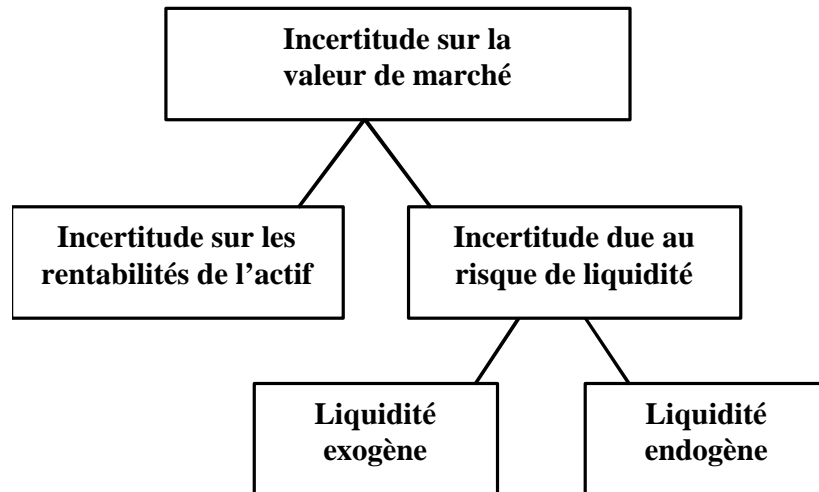
Risque de liquidité et risques de marché

Le risque de marché se caractérise par l'incertitude des prix ou des rentabilités provoquée par les mouvements de marché. Dans un marché sans friction, le management des risques de marché conventionnel ne traite que des distributions des rentabilités calculées à partir du milieu de la fourchette. Une gestion des risques plus rigoureuse implique donc la prise en compte des « frictions » telle que la composante liquidité des actifs d'autant plus que celle-ci tend à augmenter lorsque de fortes positions sont soldées. Le prix obtenu sera donc le « vrai » prix minoré de la fourchette, ce qui accroît les risques encourus par les investisseurs

Ce raisonnement permet aux auteurs de décomposer l'incertitude régnant sur la valeur de l'actif en deux types de risques : le risque de cours et le risque de liquidité tel que le résume la figure 3.9. La *Value at Risk* traditionnelle se concentre sur le premier risque et non sur le risque global.

FIGURE 3.9

Décomposition des risques de marché



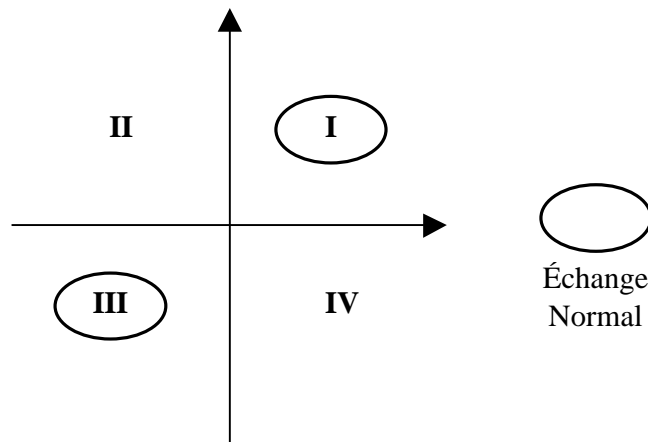
Source : BDSS (1999)

D'un point de vue conceptuel, les auteurs émettent l'idée d'un plan risque de marché/risque de liquidité qui considère l'impact joint des deux types de risques (Voir figure 3.10). La plupart des échanges, à travers le monde, s'effectuent dans les régions I et III, qui correspondent à des marchés où le risque de liquidité et le risque de marché sont étroitement corrélés. Ainsi les marchés émergents (région I) se caractérisent par un risque élevé et une liquidité faible tandis que le marché des changes (des pays du G7) est un marché très liquide qui présente des risques de marché beaucoup moindres. La plupart des échanges qui s'y effectuent sont soumis au risque de liquidité exogène (propre au marché).

Le risque endogène de liquidité est quant à lui plus prépondérant dans la région 2, i.e. la région qui correspond à un marché stable où le risque de liquidité est élevé pour l'investisseur dans la mesure où il détient d'importantes positions qui ne se solderont pas de manière aisée.

FIGURE 3.10

Transactions sur différents marchés



Source : BDSS (1999)

La figure 3.10 est certes simplificatrice mais elle illustre bien la transition d'un état à un autre et montre qu'un investisseur peut être confronté au risque de liquidité alors qu'il se sent à l'abri.

Modélisation de la Valeur en risque ajustée par le risque de liquidité

La modélisation s'effectue en deux temps : dans un premier temps, Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) estiment la *Value at Risk* conventionnelle ; dans un second temps, ils incorporent le risque de liquidité exogène.

Ainsi, les auteurs retiennent les rentabilités journalières d'un titre et supposent que la distribution des rentabilités suit une loi normale. La rentabilité journalière d'un titre, est formulée de la manière suivante :

$$\ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (3.8)$$

où P_t correspond au prix moyen du titre au temps t .

Le prix le plus défavorable, potentiellement, à 99% est :

$$P_{99\%} = P_t \cdot e^{[E(R_t) - 2.33s_t]} \quad (3.9)$$

Où $E(r_t)$ et s_t indiquent les deux premiers moments de la distribution des rentabilités tandis que 2,33 correspond au seuil d'acceptation de la normalité au seuil de 1%. On estime par la suite que l'espérance des rentabilités est égale à zéro.

Ainsi, la perte potentielle maximale, prévue à 99%, est de $P_t - P_{99\%}$. Il y a donc une probabilité de 1%, au plus, que le prix soit inférieur ou égal à $P_{99\%}$. Ceci se traduit de la manière suivante :

$$Perte = P - P_{99\%} = P_t (1 - e^{-2,33s_t}) \quad (3.10)$$

Les auteurs font ici une hypothèse de normalité pour simplifier la présentation du modèle, néanmoins la méthode qui suit ne repose pas réellement sur la normalité des rentabilités.

La seconde étape de leur modélisation consiste désormais à incorporer le risque de liquidité. Seul le risque de liquidité exogène va être pris en compte : l'illiquidité endogène sera ignorée puisque son niveau dépend des positions individuelles des investisseurs. Les niveaux de perte estimés jusqu'à présent ont été considérés à partir du milieu de la fourchette, par conséquent le milieu de la fourchette sera inférieur au prix le plus mauvais d'une demi-fourchette.

L'évaluation du risque de liquidité exogène est définie en termes d'intervalles de confiance ou encore de probabilités des extrêmes. De plus, le coût exogène de liquidité (CEL), dont le niveau dépend positivement du degré de risque, est exprimé de la manière suivante :

$$CEL = \frac{1}{2} [P_t (\bar{S} + a\tilde{S}_t)] \quad (3.11)$$

où P_t dénote le milieu de la fourchette à la date t ,

\bar{S} correspond à la fourchette relative moyenne $[Ask_t - Bid_t] / P_t$,

et \tilde{S}_t indique le niveau de la volatilité de la fourchette relative, que l'on multiplie par un coefficient a de manière à couvrir 99% des fourchettes. La valeur de ce coefficient dépend de la loi de probabilité de la distribution de la fourchette de cotation qui ne ressemble pas à une distribution gaussienne.

Le risque de liquidité étant défini clairement, il est désormais possible de combiner les deux risques. Analytiquement, cela se traduit par la formule suivante :

$$P^* = P_t e^{-2,33s_t} - \frac{1}{2} [P_t (\bar{S} + a\tilde{S}_t)] \quad (3.12)$$

La *Value at Risk* ajustée au risque de liquidité peut alors s'interpréter de la manière suivante :

$$Perte^* = P_t - P^* = P_t (1 - e^{-2,33s_t}) + \frac{1}{2} [P_t (\bar{S} + a\tilde{S}_t)] \quad (3.13)$$

La *Value at Risk* ajustée par le risque de liquidité intègre donc bien deux risques : une composante de marché $P_t (1 - e^{-2,33s_t})$, et une composante de liquidité $\frac{1}{2} [P_t (\bar{S} + a\tilde{S}_t)]$.

Cette formulation apporte une preuve que l'omission du risque de liquidité dans le calcul de la *Value at Risk* conduirait à sous-estimer le risque total du portefeuille de l'investisseur et par voie de conséquence entraînerait une mauvaise couverture de celui-ci quand bien même le risque de liquidité est relativement faible par rapport au risque de marché. Une telle modélisation repose implicitement sur une hypothèse non contraignante selon laquelle les événements « extrêmes » du risque de cours et du risque de liquidité (représentée ici par la fourchette) surviennent simultanément. La corrélation entre les mouvements du cours (i.e. le milieu de la fourchette) et la fourchette n'est pas parfaite mais le lien est suffisamment étroit pour traiter les deux risques conjointement. Ainsi, en estimant la *Value at Risk* ajustée par le risque de liquidité, Bangia, Diebold, Schuermann et Strouhair (1999) incorporent à la fois le centile du mouvement de prix et le centile de la variation de la fourchette comme cela est indiqué par la figure 3.11.

L'hypothèse qui peut apparaître comme la plus restrictive demeure la normalité de la distribution des rentabilités. La suppression de cette hypothèse ne modifie pas les résultats obtenus. En effet, il est possible d'introduire le phénomène des mouvements extrêmes, qui nous éloigne de la distribution gaussienne.

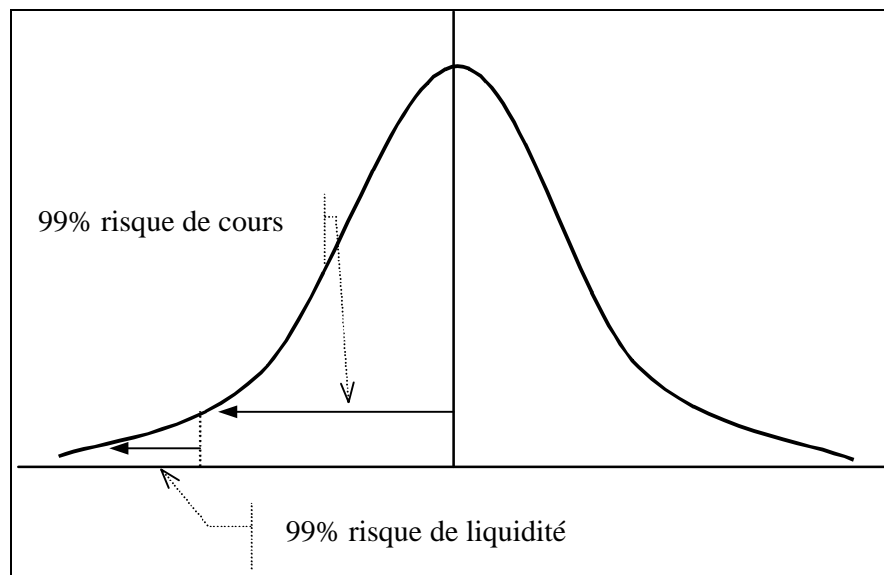
Il suffit en effet de considérer des multiples de l'écart-type, fondés sur la normalité. Ainsi, le facteur de correction q permet de prendre en compte les problèmes de queues de distribution. La VaR ajustée devient donc :

$$Perte = P - P^* = P_t \left(1 - e^{-2,33q \cdot s_t} \right) + \frac{1}{2} \left[P_t \left(\bar{S} + a\tilde{S} \right) \right] \quad (3.14)$$

Le facteur de correction q est égal à l'unité si la distribution est normale. Il augmente à mesure que la distribution s'écarte d'une loi gaussienne : plus la queue de distribution est épaisse, plus le coefficient q est élevé.

FIGURE 3.11

Combinaison des risques de cours et de liquidité



Source : BDSS (1999)

Le modèle de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) brille par sa simplicité, mais surtout par sa mise en œuvre plutôt aisée dans la mesure où les données nécessaires sont disponibles facilement contrairement à d'autres modèles. Une telle modélisation de la valeur en risque n'a pas pour vocation d'être « opérationnelle », l'objectif d'un tel modèle¹⁹ est avant tout de prouver que le risque de liquidité est un élément non négligeable du risque

¹⁹ Aujourd'hui, de nombreuses méthodes d'estimation de la *value at risk* apparaissent préférables à la méthode de la *VaR* historique. Comme nous l'avons cité précédemment, la théorie des valeurs extrêmes apporte certaines réponses aux problèmes posés par les méthodes traditionnelles. De plus, JP Morgan (2000), qui était à l'initiative de la *value at risk*, essaie d'imposer un nouveau mode d'évaluation du risque : RiskGrades (2000a, 2000b).

de marché qu'il convient de ne pas négliger. Comme le signale Dunbar (1998), pour s'assurer que le risque de liquidité est pris en compte, il convient de réaliser l'estimation de la *value at risk* à partir des cours acheteurs. En effet, en période de crise financière, seul le prix acheteur reflète la valeur réelle de l'actif et non pas le milieu de sa fourchette comme en temps normal.

La liquidité ne doit plus être considérée seulement comme un coût de transaction, il s'agit aussi d'un risque non négligeable. A travers l'exemple d'une mesure de risque, i.e. la *Value at Risk*, qui connaît de nombreux utilisateurs, plusieurs auteurs montrent que cette mesure reste focalisée sur le cours des actions et que par conséquent il est nécessaire d'effectuer des ajustements afin de mieux maîtriser les risques de pertes.

SECTION II - ÉTUDES EMPIRIQUES

Au cours de cette section, nous allons mener deux analyses empiriques. La première consiste à mettre en œuvre le modèle de décomposition proposé par Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) au cas du Règlement Mensuel. La seconde analyse se veut plus ambitieuse puisqu'il s'agit d'une proposition de modélisation du risque de liquidité à l'aide des modèles de durée.

II.1 INCORPORATION DU RISQUE DE LIQUIDITÉ DANS UN MODÈLE DE VALEUR EN RISQUE

Nous allons mettre en œuvre le modèle de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) sur le marché français. Dans un premier temps, nous présentons les éléments méthodologiques. Dans un deuxième temps, nous procédons à l'estimation du risque de marché et du risque de liquidité. Dans un troisième temps, nous présentons la synthèse des résultats obtenus. Nous concluons par la mise en relief des limites apparues lors de l'analyse empirique d'une telle modélisation.

II.1.1 Éléments Méthodologiques

Nous avons extrait de la base de données BDM ParisBourse SBF les prix acheteurs et vendeurs horodatés de quarante-deux actions (Pernod-Ricard et Saint-Gobain ainsi que quarante autres titres présentant des niveaux de liquidité différents). Nous avons par la suite calculé les moyennes pondérées par leur durée de validité de ces différents cours afin d'obtenir des prix moyens acheteur et vendeur quotidiens.

Notre période d'étude s'étale du 1^{er} octobre 1997 au 3 janvier 2000, soit un peu plus de 500 séances consécutives.

Nous avons opté pour une base de données quotidiennes afin d'estimer une *Value at Risk* journalière. Ceci signifie que nous allons estimer le montant de perte maximale que peut subir un investisseur au cours d'une séance de cotation selon un certain niveau de confiance. L'idée d'effectuer directement le travail requis à partir des bases de données

horodatées n'était pas sans intérêt mais deux obstacles sont apparus : d'une part, les données sont irrégulièrement espacées dans le temps, et d'autre part, il est possible que le nombre important de données aurait amoindri l'impact des valeurs extrêmes. Un tel choix ne nuit pas à nos résultats étant donné qu'une large majorité des valeurs en risque estimées par les institutions financières sont quotidiennes. Néanmoins, nous reviendrons sur l'utilisation de données horodatées afin d'évaluer le risque de liquidité.

II.1.2 Estimations des paramètres du modèle

Suivant Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999), nous allons évaluer la *Value at Risk* d'actions cotées sur le Règlement Mensuel, en procédant à une décomposition en deux types de risque : le risque de marché qui correspond au potentiel de perte lié à la dépréciation du titre, et le risque de liquidité qui correspond au coût de liquidité supporté par l'investisseur désireux de solder une position.

De manière analytique, le modèle qu'il convient de mettre en œuvre est le suivant :

$$Perte^* = P_t - P^* = P_t(1 - e^{-2,33qs_t}) + \frac{1}{2} [P^a (\bar{S} + a\tilde{S}_t)] \quad (3.14)$$

où : $Perte^*$ indique la perte potentielle ajustée pour la liquidité de l'actif,

P_t représente le cours (milieu de la fourchette) de l'actif à la date t ,

P^* désigne le cours potentiellement le plus bas au seuil de 1% ajusté par la prise en compte du coût de liquidité,

q correspond au coefficient correcteur qui permet de corriger l'éloignement de la normalité de la distribution des séries de rentabilité,

s_t représente la volatilité (l'écart - type) de l'actif à la date t ,

P^a correspond au cours (milieu de la fourchette) le plus bas au seuil de 1% que l'on peut espérer obtenir à la date $t+1$,

\bar{S} désigne la fourchette moyenne de l'actif considéré,

a correspond au coefficient correcteur de la liquidité de l'actif,

et \tilde{S}_t représente la volatilité de la fourchette moyenne.

La résolution de ce modèle nécessite donc le calcul préalable de deux inconnues, à savoir les facteurs correcteurs.

II.1.2.1 Calcul du coefficient correcteur q

La première partie de la modélisation consiste à estimer la *Value at Risk* du milieu de la fourchette, i.e. le cours « fondamental » du titre, qui ne prend pas en compte les coûts de liquidité nécessaires à l'acquisition ou à la vente de l'actif.

Plutôt que de considérer la *Value at Risk* historique, les auteurs préfèrent la réestimer en introduisant un facteur de correction de non-normalité q . Cette méthodologie peut apparaître redondante dans la mesure où justement cette méthode traditionnelle d'estimation ne suppose pas la normalité des rentabilités. En fait, les auteurs expliquent ceci en raison de l'étude empirique qu'ils ont effectuée - l'analyse du krach monétaire en Asie. En présence de changement de régime de la volatilité, il peut être utile d'appliquer une telle méthode. En outre, l'objectif de l'adaptation de la liquidité à la Valeur en risque n'est pas de remplacer la *Value at Risk* historique, mais d'en proposer un complément. On a repris la méthode de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) afin de demeurer le plus fidèle possible à cette référence.

Afin d'estimer cette *Value at Risk*, nous devons donc calculer le coefficient correcteur en raison de la présence de queues épaisses dans la distribution des rentabilités comme l'indique le tableau 3.3 qui suit. En effet, lorsque les rentabilités dévient significativement de la normalité, le recours à un multiple d'écart-type basé sur la normalité (ici 2,33 pour un niveau de confiance de 1%) tend à entraîner une sous-estimation du risque.

TABLEAU 3.3

Caractéristiques historiques des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain

	Pernod-Ricard	Saint-Gobain
Prix initial (03/01/2000)	55,15 euros	193,00 euros
VaR Historique à 99%	52,29 euros	180,86 euros
Kurtosis	4,277	4,388

Les figures 3.12 et 3.13 illustrent le cas des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain que nous analysons cliniquement. Les rentabilités de ces actions ne sont pas très éloignées de la normalité contrairement à d'autres valeurs de notre échantillon comme l'indique notre tableau récapitulatif 3.4. Ainsi des actions telles que Clarins et Montupet présentent un coefficient de Kurtosis très élevé.

Nous pouvons constater sur les graphiques 3.1 et 3.2 que les rentabilités de l'action Saint-Gobain présentent une queue (négative) plus épaisse que la loi normale. En revanche, les rentabilités de l'action Pernod-Ricard possèdent une queue qui tend à être très légèrement inférieure à la loi normale. Nous pouvons donc nous attendre à obtenir un coefficient correcteur de normalité plus élevé pour Saint-Gobain que pour Pernod-Ricard. Les deux coefficients devant tous les deux être proches de l'unité.

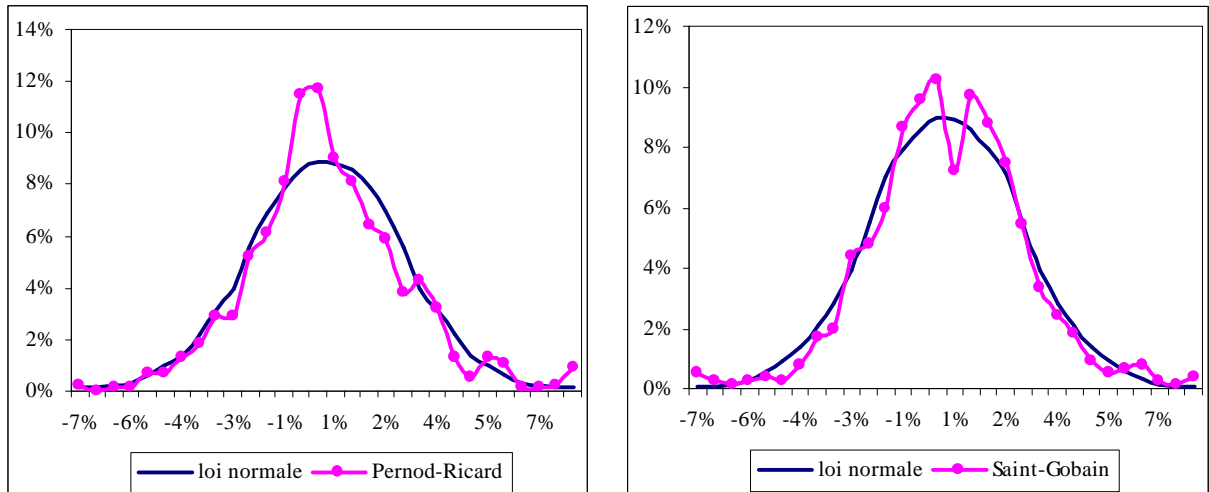
Afin d'exprimer une relation explicite entre le coefficient d'aplatissement et le facteur de correction, BDSS (1999) considèrent tout d'abord la relation entre l'écart-type, le coefficient d'aplatissement et la probabilité empirique de queue selon une distribution de *Student* avec un certain nombre de degrés de liberté. Or, la distribution de *Student* converge vers une loi normale lorsque l'on augmente le nombre de degrés de liberté. Ainsi il est possible d'établir la relation suivante :

$$q = 1 + f \cdot \text{Ln}\left(\frac{K}{3}\right)$$

où f est une constante dont la valeur dépend de l'intervalle de confiance fixé (i.e. 1%, 5%...). Ceci signifie que si la distribution est normale, alors la *Kurtosis* est égale à 3 et le facteur de correction vaut l'unité : il n'y a pas d'ajustement nécessaire ; la constante f est donc nulle. En revanche, si la distribution dévie de la normalité, nous obtenons un facteur de correction supérieur à l'unité, un coefficient d'aplatissement supérieur à 3 ; notre constante n'est alors pas nulle.

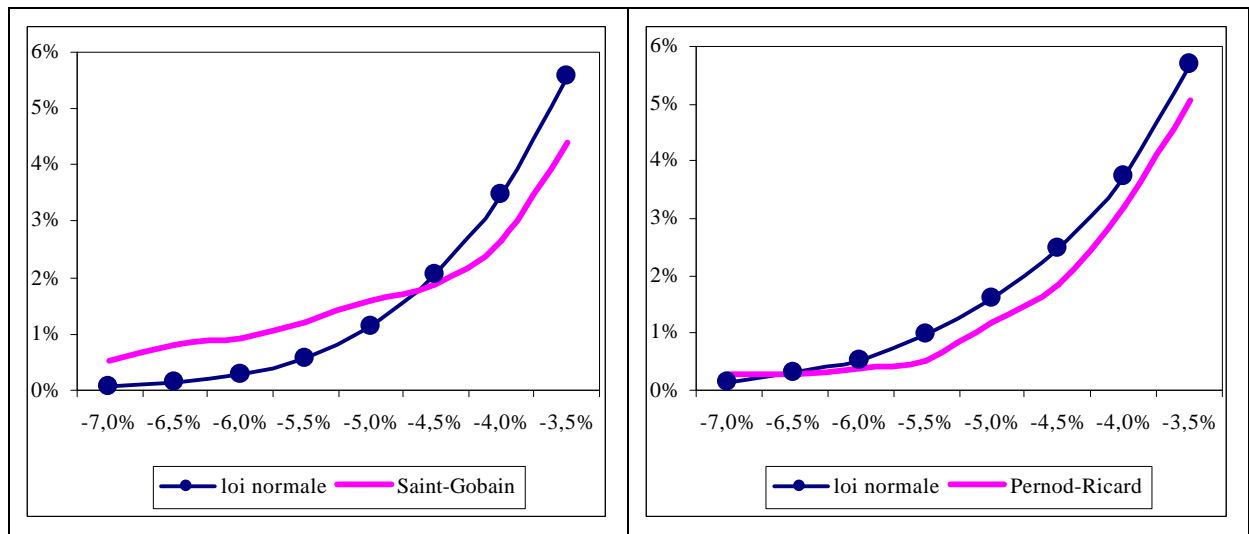
GRAPHIQUES 3.1

Distributions des rentabilités des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain



GRAPHIQUES 3.2

Fréquences cumulées des rentabilités des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain



L'estimation de la constante f est obtenue en effectuant une régression transversale des prix potentiellement les plus bas au seuil de 99% de notre échantillon (en ayant recours à la méthode d'estimation de la *Value at Risk* historique²⁰) avec la partie droite de l'équation qui suit :

²⁰ Voir la section 1 de chapitre pour la méthodologie employée.

$$VaR_{99\%} = P_{99\%} = P_t e^{-2.33 \left\{ \left[1 + f \ln \left(\frac{k}{3} \right) \right] \mathbf{s}_t \right\}}$$

L'obtention de la valeur de la constante s'effectue en transformant l'équation ci-dessus sous la forme polynomiale suivante:

$$Y_t = \mathbf{a}X_{1,t} + \mathbf{b}X_{2,t} + \mathbf{g}X_{3,t} + \mathbf{d}$$

Avec:

$$Y_t = \text{Ln}(VaR_{99\%}) = \text{Ln}(P_{99\%})$$

$$X_{1,t} = \text{Ln}(P_t)$$

$$X_{2,t} = -2,33\mathbf{s}_t$$

$$X_{3,t} = -2,33\text{Ln}\left(\frac{k}{3}\right)\mathbf{s}_t$$

Nous pouvons nous apercevoir que la constante f correspond à la valeur du coefficient de la régression. Ainsi, nous avons obtenu la valeur 0,039 après avoir effectué la régression à partir des quarante-deux valeurs qui constituent notre échantillon.

Nous pouvons alors calculer la valeur du facteur de correction q . Comme l'indique le tableau 3.5 qui suit, Pernod-Ricard et Saint-Gobain obtiennent des coefficients relativement proches (1,121 et 1,129). La constatation graphique de la fréquence cumulée des rentabilités négatives laissait augurer d'une différence plus importante. Ce résultat trouve son explication dans le fait que la *kurtosis* est estimée à partir des deux queues de distribution et non pas uniquement la queue gauche.

De manière générale, comme le précise le tableau 3.4, les facteurs de correction de normalité ne sont pas très élevés. Ceci signifie que les rentabilités des actions en France ne dévient pas excessivement de la normalité²¹, et surtout qu'elles connaissent peu de mouvement extrêmes.

²¹ La preuve de ceci est délivrée par divers tests de normalité tel que le Bera-Jarque.

TABLEAU 3.4
Synthèse de l'échantillon

nom	Prix (euros)	Kurtosis	Volatilité	Coefficient Correcteur	VaR 99% (euros)
ACCOR	48	6,088	0,024	1,241	44,77
AIR LIQUIDE	169	3,427	0,021	1,045	160,51
ALCATEL	227,7	4,728	0,033	1,155	208,43
ATOS	172,8	7,804	0,029	1,325	157,83
BIC	44,01	4,036	0,025	1,101	41,30
BNP	92,5	4,928	0,028	1,169	85,60
BONGRAIN	331,4	5,864	0,020	1,228	313,33
BOUYGUES	636	7,667	0,026	1,319	587,15
CANAL +	135	7,571	0,026	1,315	124,80
CAP GEMINI	255,9	6,764	0,032	1,276	232,82
CARREFOUR	183,5	4,848	0,022	1,163	173,09
CASINO	115,1	6,428	0,019	1,259	108,85
CLARINS	118	11,628	0,023	1,461	109,10
CLUB MED	114,1	10,769	0,022	1,435	105,98
DYNACTION	28	5,334	0,021	1,196	26,44
ELF	149,1	7,176	0,026	1,297	137,89
FROM. BEL	700	5,305	0,016	1,194	669,05
INFOGRAMES.	35	4,685	0,025	1,152	32,76
LABINAL	110	4,106	0,026	1,107	102,80
LAFARGE	115,5	3,282	0,024	1,031	109,11
L'OREAL	789	4,448	0,024	1,134	740,04
LVMH	444	3,896	0,024	1,089	418,01
MICHELIN	39,79	4,688	0,025	1,152	37,16
MONTUPET	33	13,168	0,029	1,503	29,77
MOULINEX	10,1	5,090	0,026	1,180	9,40
PARIBAS	110,4	8,890	0,024	1,369	102,32
PENAUILLE	400	5,730	0,022	1,220	376,04
REXEL	88,45	4,399	0,024	1,130	83,11
SEB	74,8	6,177	0,026	1,246	69,27
SEITA	42,2	4,965	0,023	1,171	39,66
SKIS ROSS.	16	6,682	0,020	1,272	15,07
SODEXHO	168	3,777	0,023	1,078	158,58
SPIR COM.	77,5	10,968	0,024	1,441	71,46
SUEZ	159,9	4,446	0,018	1,134	152,56
TECHNIP	104,6	4,377	0,026	1,128	97,78
TOTAL	132	4,624	0,023	1,147	124,05
USINOR	18,92	6,094	0,026	1,241	17,55
VALEO	76,2	3,453	0,025	1,048	71,69
VIVENDI	87,2	3,793	0,018	1,080	83,32
ZODIAC	208	5,726	0,023	1,220	194,94

TABLEAU 3.5
Caractéristiques historiques des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain

	Pernod-Ricard	Saint-Gobain
Prix initial (03/01/2000)	55,15 euros	193 euros
Coefficient correcteur	1,121	1,129
Volatilité	0,023	0,022
Estimation de la VaR à 99%	51,97 euros	182,06 euros

II.1.2.2 Calcul du coefficient a

L'ajustement de la *Value at Risk* pour la liquidité nécessite l'estimation de a par la formule suivante :

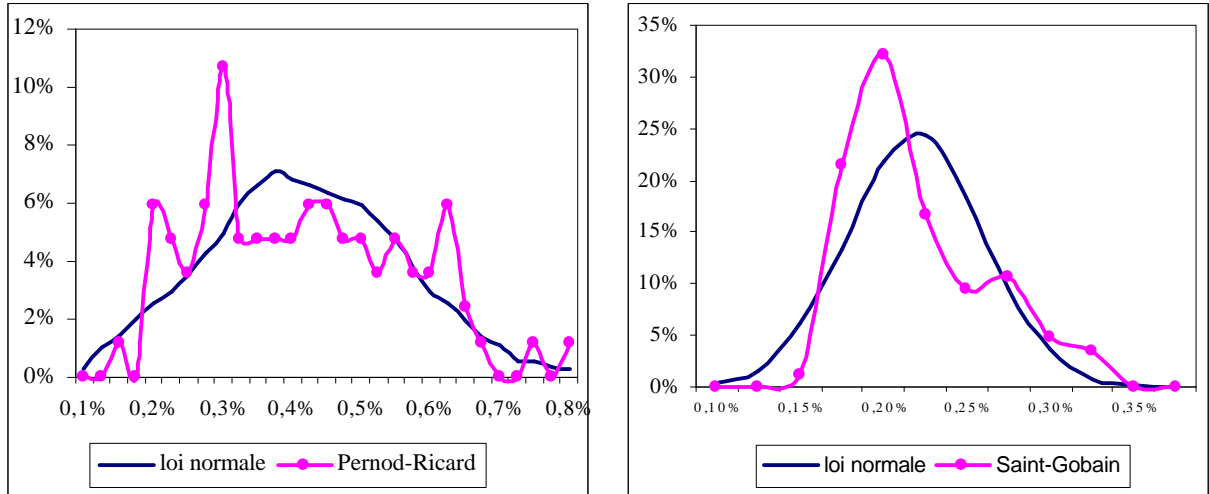
$$\frac{1}{2} [P^a (\bar{S} + a\tilde{S}_t)]$$

De manière analogue à l'estimation de la *Value at Risk*, Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) incluent dans cette formule du coût exogène de la liquidité, un facteur de correction a qui va permettre de s'assurer que 99% des fourchettes soient prises en compte. Les graphiques 3.3 et 3.4 qui suivent démontrent assez clairement que la distribution des fourchettes est éloignée de la normalité. Les mouvements de fourchette apparaissent relativement fréquemment ; de plus le coefficient de symétrie (*Skewness*) est éloigné de sa valeur d'origine : cela est clairement illustré par l'action Pernod-Ricard.

Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) estiment qu'une queue épaisse sur le marché monétaire signifie un manque de liquidité des actifs. Suivant ce principe, l'échantillon est décomposé en deux sous-échantillons dits de « moindre » et de « grande » liquidité. Nous n'approuvons pas cette interprétation sur le marché des actions dans la mesure où une faible fourchette peut présenter des variations extrêmes tandis qu'une fourchette large peut évoluer de manière relativement stable. Néanmoins, il convient de signifier que ce découpage est avant tout destiné à séparer les actions selon leur *kurtosis* afin de leur attribuer un coefficient de correction adéquat.

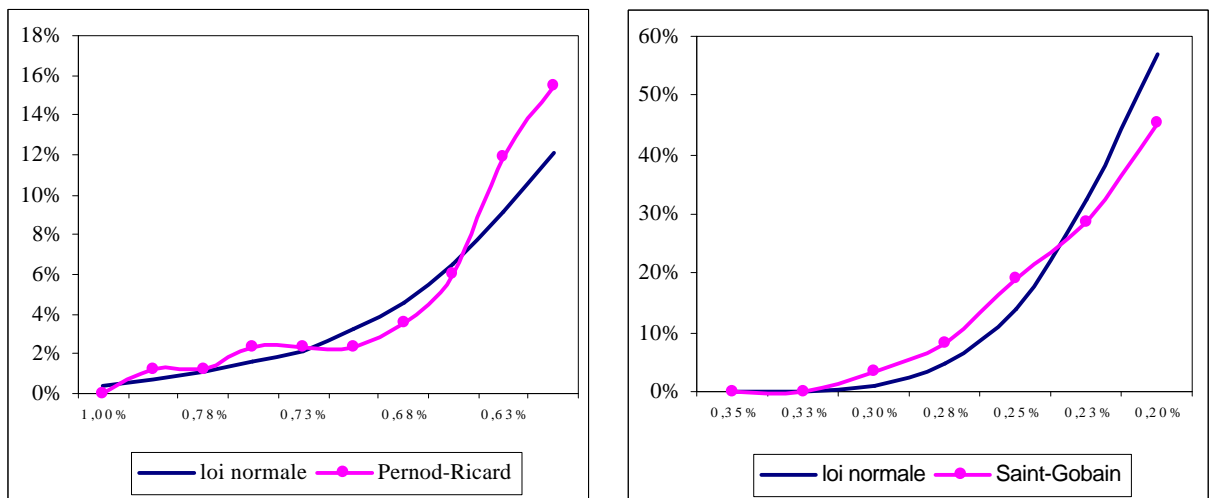
GRAPHIQUES 3.3

Distributions des fourchettes moyennes quotidiennes des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain



GRAPHIQUES 3.4

Fréquences cumulées des fourchettes moyennes des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain



Pour calculer le facteur de correction a , nous transformons le coût exogène relatif de la liquidité sous la forme polynomiale suivante :

$$Y_t = bX_{4,t} + cX_{5,t} + d$$

Avec:

$$Y_t = Ln(S_{99\%}), \text{ où } S_{99\%} \text{ est la Value at Risk historique à 99\% de la fourchette;}$$

$$X_{4,t} = \frac{1}{2} \bar{S} \quad \text{et} \quad X_{5,t} = \frac{1}{2} \tilde{S}$$

Ainsi, nous obtenons des facteurs de correction égaux à 6,724 pour les actions figurant dans le sous échantillon de grande liquidité (dont font partie Pernod-Ricard et Saint-Gobain) et 7,809 pour les actions dans le second échantillon composé des actions présentant une moindre liquidité. Ce résultat est tout à fait logique dans la mesure où les actions « illiquides » doivent être couvertes de manière plus importante que les actions plus liquides.

Une fois calculé le coefficient correcteur, nous pouvons désormais estimer le coût exogène de liquidité. Les résultats concernant les actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain sont répertoriés dans le tableau 3.6 qui suit.

TABLEAU 3.6

Caractéristiques historiques des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain

	Pernod-Ricard	Saint-Gobain
VaR à 99%	51,97 euros	182,06 euros
Fourchette Moyenne	0,404%	0,208%
Kurtosis de la fourchette	2,27	2,91
Volatilité	0,148%	0,041%
Coefficient correcteur	6,724	6,724
CEL	0,36 euros	0,43 euros

Les différentes inconnues ayant été maintenant estimées, il nous est maintenant possible de déterminer le risque total de perte encourue par l'investisseur possédant les actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain dans son portefeuille.

II.1.3 Commentaire des résultats

Le tableau 3.7 suivant répertorie la décomposition des risques de marché (risque de liquidité et risque de cours) pour les actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain. Les résultats mettent en avant l'importance du risque de liquidité trop souvent oublié par les gestionnaires de risque. Ainsi, si la part du risque de liquidité n'est que de 3,8% pour l'action Saint-Gobain, il est tout de même de 10% pour l'action Pernod-Ricard qui se caractérise malgré tout par une bonne liquidité.

TABLEAU 3.7

Décomposition des risques de marché des actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain

	Pernod-Ricard	Saint-Gobain
Prix initial (euros)	55,15	193
Écart-type des rentabilités	0,023	0,022
Coefficient correcteur	1,121	1,129
Composante de marché de la Value at Risk : $P_t e^{-2.33q_s t}$ (euros)	3,18	10,94
Fourchette Moyenne	0,404%	0,208%
Écart-type des fourchettes	0,14	0,04
Composante de liquidité de la Value at Risk : $\frac{1}{2} [P^a (\bar{S} + a\tilde{S}_t)]$ (euros)	0,36	0,43
Value at Risk ajustée pour la liquidité (euros)	3,53	11,37
% DE LA COMPOSANTE DE LIQUIDITÉ	10,08%	3,81%

Nos résultats s'interprètent de la manière suivante. La rentabilité la plus faible au seuil de confiance de 99% se calcule ainsi :

$$r_{\text{Pernod}}^{99\%} = -1,121 * 0,023 * 2,33 = -5,93\%$$

$$r_{\text{Saint-Gobain}}^{99\%} = -1,129 * 0,022 * 2,33 = -5,84\%$$

Nous pouvons alors craindre au seuil de 1% l'occurrence du prix suivant :

$$P_{\text{Pernod}}^{99\%} = 55,15 e^{-5,93\%} = 51,97 \text{ euros}$$

$$P_{\text{Saint-Gobain}}^{99\%} = 193 e^{-5,84\%} = 182,06 \text{ euros}$$

L'introduction du risque de liquidité, au seuil de 1%, réduit alors l'espérance de prix comme l'indique les calculs suivants :

$$P_{\text{Pernod}}^* = 51,97 - \frac{1}{2} [51,97 \cdot (0,404\% + 6,724 \cdot 0,148)] = 51,62 \text{ euros}$$

$$P_{\text{Saint-Gobain}}^* = 182,06 - \frac{1}{2} [182,06 - (0,208\% + 6,724 \cdot 0,041)] = 181,63 \text{ euros}$$

Ainsi, le risque de perte global au seuil de 1% en une séance est de :

$$Perte_{\text{Pernod}}^* = 55,15 - 51,62 = 3,53 \text{ euros}$$

$$Perte_{\text{Saint-Gobain}}^* = 193 - 181,63 = 11,37 \text{ euros}$$

Le tableau de synthèse 3.8 montre que le risque de liquidité peut être parfois très élevé pour certaines actions. Ainsi, en ce qui concerne l'action Fromagerie Bel, nous pouvons nous apercevoir que la *value at risk* ajustée au risque de liquidité est deux fois plus élevée que la valeur en risque traditionnelle. Néanmoins, il convient de signaler qu'un tel constat est critiquable compte tenu des limites du modèle de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) que nous allons développer.

II.1.4 Les limites de la modélisation

Le principal intérêt du modèle de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) ne réside pas dans l'estimation de la *Value at Risk* puisque celle-ci a pour fondement des techniques traditionnelles mais dans la décomposition du risque de marché en deux types de risque : le risque de cours et le risque de liquidité.

Néanmoins la mise en œuvre empirique de ce modèle nous a permis de soulever plusieurs limites.

◆ La première limite correspond à l'estimation de la *value at risk* historique de la fourchette. *Le bid/ask spread* est plus ou moins contraint par l'échelon de cotation²². Ceci signifie que la fourchette moyenne relative dépend du niveau du cours. Aussi, dans la mesure où celui-ci a évolué de manière positive, la fourchette a mécaniquement été réduite et par conséquent, la probabilité d'obtenir une fourchette relative selon un certain niveau de confiance a pour effet de surestimer le risque. Dans le cas où le cours baisse, il n'y a en revanche pas de surestimation.

²² Ceci ne semble toutefois pas être le cas à la Bourse de Paris comme semble vouloir l'indiquer l'étude réalisée lors du premier chapitre.

TABLEAU 3.8
Synthèse des résultats

nom	prix	VaR 99%	fourchette	VaRL 99%	Part% Liquidité
ACCOR	48	44,77	0,259%	44,59	5,05%
AIR LIQUIDE	169	160,51	0,215%	160,14	4,16%
ALCATEL	227,7	208,43	0,172%	208,02	2,11%
ATOS	172,8	157,83	0,502%	156,49	8,19%
BIC	44,01	41,30	0,417%	40,97	10,82%
BNP	92,5	85,60	0,189%	85,32	3,93%
BONGRAIN	331,4	313,33	0,811%	306,17	28,39%
BOUYGUES	636	587,15	0,369%	582,88	8,04%
CANAL +	135	124,80	0,315%	124,22	5,38%
CAP GEMINI	255,9	232,82	0,307%	231,36	5,94%
CARREFOUR	183,5	173,09	0,151%	172,80	2,71%
CASINO	115,1	108,85	0,264%	108,42	6,47%
CLARINS	118	109,10	0,514%	108,06	10,51%
CLUB MED	114,1	105,98	0,633%	104,51	15,28%
DYNACTION	28	26,44	0,886%	25,97	23,08%
ELF	149,1	137,89	0,231%	137,34	4,65%
FROM. BEL	700	669,05	1,376%	635,26	52,20%
INFOGRAMES	35	32,76	0,640%	32,32	16,54%
LABINAL	110	102,80	0,739%	101,17	18,51%
LAFARGE	115,5	109,11	0,241%	108,74	5,60%
L'OREAL	789	740,04	0,197%	738,34	3,35%
LVMH	444	418,01	0,197%	416,98	3,80%
MICHELIN	39,79	37,16	0,230%	37,03	4,75%
MONTUPET	33	29,77	0,971%	28,77	23,60%
MOULINEX	10,1	9,40	0,661%	9,26	17,21%
PARIBAS	110,4	102,32	0,243%	101,82	5,76%
PENAUILLE	400	376,04	1,434%	363,16	34,96%
REXEL	88,45	83,11	0,777%	81,76	20,26%
SEB	74,8	69,27	0,693%	68,37	13,91%
SEITA	42,2	39,66	0,646%	39,06	19,20%
SKIS ROSS.	16	15,07	0,904%	14,76	25,44%
SODEXHO	168	158,58	0,436%	157,08	13,71%
SPIR COM.	77,5	71,46	0,862%	69,69	22,70%
SUEZ	159,9	152,56	0,159%	152,18	4,81%
TECHNIP	104,6	97,78	0,653%	96,57	15,12%
TOTAL	132	124,05	0,187%	123,76	3,61%
USINOR	18,92	17,55	0,320%	17,47	5,52%
VALEO	76,2	71,69	0,387%	71,03	12,84%
VIVENDI	87,2	83,32	0,162%	83,10	5,48%
ZODIAC	208	194,94	0,573%	192,51	15,65%

◆ La deuxième limite concerne l'asynchronisme des deux variables analysées dans le modèle : la fourchette et le cours. Si nous considérons le cas de l'action Fromagerie Bel, la part du risque de liquidité apparaît, comme l'indique le tableau 3.8, très importante. Or, l'examen de la base de données nous a révélé que les fourchettes élevées n'apparaissent qu'en période de stabilité et de faible volume. Par conséquent, il est peu probable que les mouvements extrêmes de prix et de fourchette apparaissent simultanément. Ainsi, la modélisation va surestimer le risque du portefeuille.

◆ La troisième limite concerne les volumes échangés. La fourchette indique le coût d'immédiateté pour l'échange d'une action, or il existe un risque important pour que l'investisseur « touche » plusieurs limites en particulier lors des séances volatiles. La part du risque de liquidité est donc sous estimée. C'est pourquoi, à titre indicatif, nous avons considéré les actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain et leur fourchette moyenne pondérée. Nous obtenons les résultats répertoriés dans le tableau 3.9 suivant.

Nous pouvons nous apercevoir que la part de la liquidité augmente nettement lorsque la position détenue est importante²³. Si nous nous référons à l'analyse fondamentale de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999), nous pouvons considérer que la composante de liquidité de la *Value at Risk* correspond ici aux risques exogène et endogène (propre à l'investisseur et à la taille de sa position) de liquidité. Ainsi, nous pouvons écrire que le coût endogène de liquidité d'un investisseur correspond à la différence entre le montant de la composante de liquidité de la *Value at Risk* et le coût exogène de liquidité trouvé précédemment.

◆ La quatrième limite correspond à l'horizon du modèle. Nous avons retenu une base de données quotidiennes afin d'estimer une *Value at Risk* journalière. Le modèle apparaît peu dynamique. Il est quelque peu délicat de traiter le risque à partir de moyennes pondérées, car on omet le chemin suivi par les prix durant la séance. Or l'année 2000 est un exemple caractéristique d'un marché très volatil en séance.

²³ Il ne faut pas comparer les deux titres entre eux dans la mesure où la taille normale de bloc diffère selon le titre considéré.

TABLEAU 3.9

Décomposition des risques de marché Actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain

	Pernod-Ricard	Saint-Gobain
Prix initial (euros)	55,15	193
Écart-type des rentabilités	0,023	0,022
Coefficient correcteur	1,121	1,129
Composante de marché de la Value at Risk : $P_t e^{-2.33qs_t}$ (euros)	3,18	10,94
Fourchette Moyenne	1,31%	1,15%
Écart-type des fourchettes	0,38%	0,31%
Composante de liquidité de la Value at Risk : $\frac{1}{2} [P^a (\bar{S}_{FMP} + a\tilde{S}_t)]$ (euros)	0,98	2,90
Value at Risk ajustée pour la liquidité (euros)	4,16	13,84
% DE LA COMPOSANTE DE LIQUIDITÉ	23,55%	20,94%

Face à ces limites, nous avons essayé de proposer un modèle capable de capter la dynamique de la formation des prix et l'évolution de la liquidité en séance.

II.2 RISQUE DE LIQUIDITÉ ET MODÈLES DE DURÉE

In fine, nous avons voulu développer une modélisation du risque de liquidité. Notre proposition est inspirée des modèles de durée qui ont fait l'objet d'une analyse approfondie lors du chapitre précédent.

II.2.1 Principe de la modélisation

Le fondement de cette proposition part du principe selon lequel il est possible de décomposer le risque de marché en deux types de risque : le risque de liquidité et le risque de cours. Il n'en demeure pas moins qu'il est délicat de les quantifier distinctement l'un de l'autre.

L'analyse du risque de liquidité va être effectuée dans un cadre *intraday*. On va analyser le risque de perte lié à l'acquisition ou à la vente d'un titre en fonction de la position détenue, ou à détenir dans le portefeuille géré. On considère ainsi le montant du coût supporté

comme étant principalement lié au risque de liquidité. Dès lors, cela revient à considérer implicitement que le risque de cours n'intervient qu'entre les séances. Cette hypothèse est, on l'admet, restrictive. Ne pas reconnaître cette restriction reviendrait à nier l'existence d'arrivée d'informations sur le marché durant la séance de cotation.

Préalablement à la présentation de cette modélisation originale du risque de liquidité, on va définir la risque de perte maximal que peut supporter un investisseur pour des motifs de liquidité.

II.2.2 Risque de liquidité et montant de la position

La première partie de ce travail repose sur l'estimation d'une "*liquidity at risk*", notée *LaR*, en cours de séance à partir d'une simulation historique. On va donc estimer la perte maximale selon un niveau de confiance que peut subir un intervenant désireux d'échanger à l'achat ou à la vente une certaine quantité d'actions.

D'un point de vue méthodologique, on reprend la base de données utilisée au cours du deuxième chapitre, i.e. quatre mois boursiers de transactions pour les actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain.

Pour débiter, On définit des niveaux d'activité (100, 200, ... n titres). Une fois définis ces niveaux, on effectue une analyse approfondie de la base des transactions. Ceci va permettre de déterminer le coût supporté par l'investisseur et le délai moyen nécessaire pour échanger une quantité d'actions donnée. On émet donc ici l'hypothèse selon laquelle l'investisseur n'échange pas à n'importe quel prix, et accepte un certain délai d'attente, sinon l'estimation d'une "*Liquidity at Risk*" devrait être effectuée à partir des feuilles de marchés. Une telle analyse historique serait aujourd'hui possible grâce aux techniques de reconstitution du carnet d'ordres²⁴. Néanmoins, on peut supposer que les investisseurs disposant de lignes importantes ne sont pas prêts à exécuter des ordres « À Tout Prix ». D'ailleurs Chan et Lakonishok (1995), qui étudient le comportement des gérants de fonds, signalent que la constitution (l'abandon) de lignes ne s'effectue pas en une seule opération mais par une

²⁴ Voir le chapitre 4.

succession de transactions sur plusieurs séances. Un des motifs de cette stratégie est notamment la crainte de révéler ses intentions au marché.

Ce qui est important ici, est de pouvoir intégrer l'estimation de notre risque de liquidité aux mesures traditionnelles. Nous pourrions ainsi envisager une mesure classique de *Value at Risk* basée sur l'estimation de la perte subie à partir du prix d'ouverture et de la perte subie en cours de séance.

Ainsi, les tableaux 3.10 à 3.13 et les graphiques 3.1 et 3.2 ci-après indiquent les principales estimations de la « *liquidity at risk* ». Il faut être conscient qu'il a été effectué une distinction du sens des flux de transaction. Aussi, les écarts de prix observés portent uniquement sur des cours cotés acheteurs, respectivement vendeurs. Ainsi, il n'est pas utile d'aborder la notion de fourchette pour estimer un risque de liquidité supplémentaire. Ceci doit bien être gardé en mémoire.

TABLEAU 3.10

Estimation du risque de liquidité du flux acheteur
de l'action Pernod-Ricard en fonction du montant des positions

Nombre de titres	Nombre d'événements	Délai moyen (seconde)	LaR 1%	LaR 5%
200	4312	437	1,053%	0,516%
400	3297	571	1,222%	0,557%
600	2691	693	1,234%	0,648%
800	2325	800	1,471%	0,670%
1000	2089	892	1,629%	0,690%
1200	1808	1018	1,692%	0,741%
1400	1645	1123	1,759%	0,777%
1600	1507	1227	1,763%	0,782%
1800	1401	1304	1,802%	0,816%
2000	1317	1378	1,931%	0,851%
2500	1121	1589	2,136%	0,889%

TABLEAU 3.11

Estimation du risque de liquidité du flux vendeur
de l'action Pernod-Ricard en fonction du montant des positions

Nombre de titres	Nombre d'événements	Délai moyen (seconde)	LaR 1%	LaR 5%
200	4116	460	0,929%	0,485%
400	3151	593	1,035%	0,552%
600	2541	740	1,108%	0,604%
800	2205	843	1,142%	0,642%
1000	1970	939	1,180%	0,669%
1200	1698	1084	1,307%	0,730%
1400	1548	1186	1,325%	0,741%
1600	1414	1293	1,413%	0,768%
1800	1299	1402	1,576%	0,836%
2000	1218	1501	1,607%	0,839%
2500	1019	1786	1,677%	0,888%

GRAPHIQUE 3.1

Estimation de la *liquidity at Risk* de l'action Pernod-Ricard

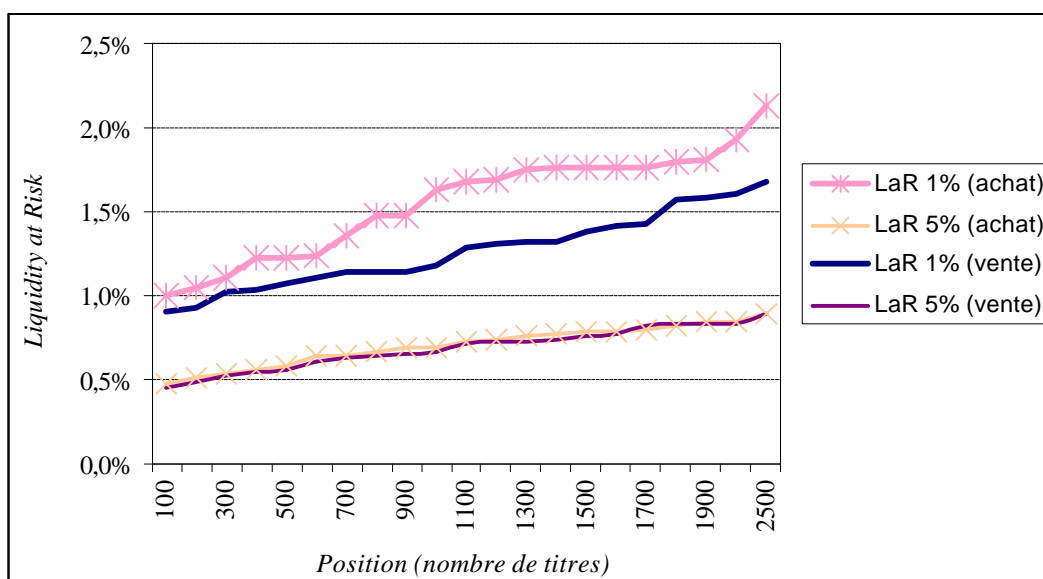


TABLEAU 3.12

Estimation du risque de liquidité du flux acheteur
de l'action Saint-Gobain en fonction du montant des positions

Nombre de titres	Nombre d'événements	Délai moyen (seconde)	LaR 1%	LaR 5%
200	12878	149	0,598%	0,313%
400	9741	197	0,660%	0,342%
600	7749	248	0,704%	0,388%
800	6682	287	0,753%	0,398%
1000	5900	325	0,772%	0,423%
1200	5135	373	0,795%	0,465%
1400	4642	413	0,791%	0,472%
1600	4193	457	0,830%	0,512%
1800	3900	490	0,833%	0,528%
2000	3632	526	0,877%	0,533%
2500	3040	627	1,008%	0,604%
5000	1717	1103	1,351%	0,764%

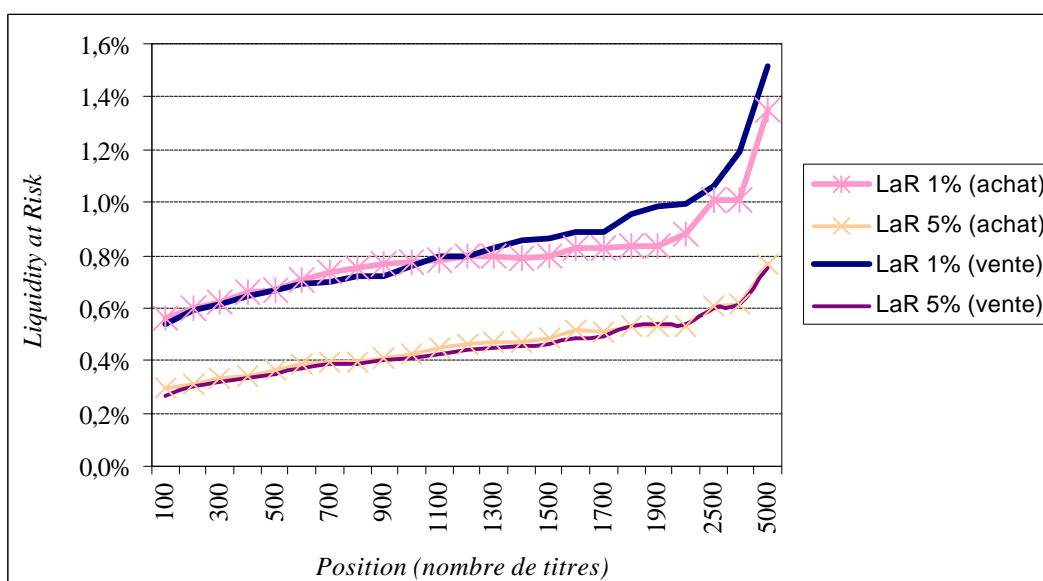
TABLEAU 3.13

Estimation du risque de liquidité du flux vendeur
de l'action Saint-Gobain en fonction du montant des positions

Nombre de titres	Nombre d'événements	Délai moyen (seconde)	LaR 1%	LaR 5%
200	12866	150	0,588%	0,301%
400	9345	206	0,648%	0,336%
600	7414	259	0,693%	0,368%
800	6277	306	0,717%	0,390%
1000	5498	349	0,758%	0,410%
1200	4782	401	0,793%	0,437%
1400	4298	446	0,855%	0,457%
1600	3873	495	0,884%	0,488%
1800	3571	536	0,955%	0,531%
2000	3326	576	0,995%	0,536%
2500	2780	688	1,063%	0,601%
5000	1543	1228	1,513%	0,749%

GRAPHIQUE 3.2

Estimation de la *liquidity at Risk* de l'action Saint-Gobain



L'observation des graphiques permet de constater que le niveau de risque de liquidité croît avec le montant de la position négociée. Ce résultat n'est guère surprenant, néanmoins, il faut remarquer que, compte tenu du séquençage des transactions, cette évolution n'est pas « continue ». Plus le volume à échanger est important, plus le temps nécessaire pour exécuter totalement l'ordre est long ce qui autorise une amélioration de l'offre de liquidité. Le risque de liquidité serait ainsi une fonction concave. Il aurait peut-être été intéressant de retenir plusieurs cas de figure : une estimation du risque de liquidité selon le degré de patience de l'investisseur. Nous n'avons pas considéré cette idée qui était susceptible de réduire la lisibilité de notre problématique.

Une comparaison entre le sens des transactions permet de signaler, quelle que soit l'action considérée, que le risque de liquidité est significativement semblable selon que l'on soit acheteur ou vendeur. Les écarts apparaissent cependant un peu plus élevés si l'on considère seulement le niveau de confiance du risque de liquidité à 99%.

Une comparaison entre titres est possible même si elle demeure délicate en raison de la différence de cours (le prix moyen de l'action Pernod-Ricard est de 60 euros contre 125 euros pour Saint-Gobain). Par conséquent, si nous considérons un écart de cours entre deux actions Pernod-Ricard pour une action Saint-Gobain, nous nous apercevons que le risque

de liquidité, au seuil de 99%, est près de deux fois plus élevé pour l'action Pernod-Ricard, ce qui corrobore l'application au marché français du modèle de Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999) que nous avons réalisé précédemment.

Cette première étude, relativement simple à mettre en œuvre, n'en est pas moins inintéressante. Elle peut s'avérer très utile pour les investisseurs devant gérer des fonds importants. Néanmoins, on se rend compte, au regard des différents résultats, de l'importance du facteur temps. Si l'investisseur souhaite acquérir ou vendre des titres dans des délais plus rapide que la durée moyenne estimée, il va s'exposer à un risque de liquidité plus important. Cette notion de temps est justement au centre notre proposition de modélisation.

II.2.3 Une estimation dynamique du risque de liquidité

On a émis l'hypothèse selon laquelle le risque de liquidité pouvait être assimilé au risque de variation de cours durant la séance de cotation. La question qui se pose à l'investisseur est alors de savoir quelle perte en termes de prix il risque de subir, s'il souhaite vendre un nombre prédéfini d'actions. La réponse à cette question correspond à la rentabilité estimée durant un événement que l'on va appeler « durée-volume ».

Supposons qu'un investisseur souhaite liquider une position de dix mille actions sur le marché, nous allons déterminer la probabilité d'arrivée de l'événement - « il y a eu 10000 actions vendues sur le marché » - à l'aide d'une modélisation ACD. Contrairement à ce qui a été réalisé lors du chapitre deux où nous avons modélisé l'arrivée « d'évènements-prix » et analysé les volumes échangés, nous modélisons ici l'arrivée « d'évènements-volume » et examinons la rentabilité.

Le plan de notre analyse empirique s'établit ainsi de la manière suivante : nous exprimons tout d'abord la problématique de manière analytique, puis nous mettons en œuvre l'analyse empirique dont nous commentons les résultats.

II.2.3.1 La modélisation de la statistique RL

Le test de cette modélisation doit être effectué en deux étapes de la même manière que pour la statistique VNET. Ainsi, au cours d'une première phase, nous devons déterminer le modèle estimant le temps séparant deux « évènements volume » consécutifs. On a donc recours à une modélisation ACD du type suivant :

$$y_i = w + \sum_{j=1}^p a_j * \tilde{X}_{i-j} + \sum_{k=1}^q b_k * y_{i-k} \quad (3.15)$$

où \tilde{X}_i indique la « durée-prix » désaisonnalisée, sachant que X_i , correspond au temps séparant le $i^{\text{ème}}$ et le $(i-1)^{\text{ème}}$ évènement.

et y_i désigne l'espérance conditionnelle de la durée sachant son passé.

Ce modèle estimé, il va être employé dans l'estimation de la régression suivante.

$$RL_t = a \cdot ESPT_t + b \cdot EET + c \cdot SVOL_t + d \cdot SP_{t-1} + e \cdot FNB_{t-1} + f \cdot RVOL_{t-1} \quad (3.16)$$

La statistique RL qui désigne le risque de liquidité durant la $j^{\text{ième}}$ « durée volume » peut être formulée de la manière suivante :

$$RL_j = d_i \cdot R_j$$

où R_j est la rentabilité obtenue lors de la $j^{\text{ième}}$ « durée volume ». Ainsi, on obtient :

$$R_j = Ln(P_j / P_{j-1})$$

et d_i correspond à la variable indicatrice représentant la direction du flux analysé lors de $j^{\text{ième}}$. S'il s'agit du flux acheteur (vendeur), alors $d_i = +1$ ($d_i = -1$). L'utilisation de la variable indicatrice permet de préserver le signe du sens des relations entre la statistique RL et ses variables explicatives selon que l'on analyse le flux acheteur ou le flux vendeur.

Ainsi, nous supposons que le risque de liquidité au cours d'une durée volume va dépendre des variables suivantes :

◆ **L'estimation du délai nécessaire pour échanger une certaine quantité prédéterminée de titres**, notée *EspT*. La relation entre une telle variable et le risque de liquidité est délicate à estimer. En effet, si nous considérons le cas de l'estimation du risque de liquidité subi par un acheteur potentiel, un délai court n'implique pas forcément la présence d'investisseurs informés sur le marché si le marché est aussi actif sur l'initiative des vendeurs. L'observation conjointe des probabilités d'arrivée « d'évènements-prix » et « d'évènements-volume » laisse supposer que la première hypothèse concernant une relation négative devrait être obtenue.

◆ **L'erreur d'estimation du temps nécessaire à écouler sur le marché un volume fixé**, notée *EET*. Nous pouvons nous attendre à obtenir une relation négative entre le risque de liquidité et cette erreur d'estimation. En effet, une durée plus courte signifie la présence d'initiés ou l'arrivée d'une information publique sur le marché.

◆ **Le volume échangé provoquant l'apparition de « l'événement-volume »**, noté *SVOL*. Cette variable²⁵ correspond au seuil de volume préalablement déterminé auquel s'ajoute un reliquat, dans la mesure où nous considérons que « l'événement-volume » au terme de la réalisation de la dernière transaction. Par exemple, si au temps t , un achat de 1000 titres intervient alors que 9500 titres ont déjà été achetés depuis le dernier événement, le volume considéré est alors de 10500. La relation attendue est positive puisque le risque de liquidité est une fonction croissante du montant de la position détenue.

◆ **La fourchette relative à la fin de la durée précédente**, notée *SP*. Une fourchette large implique un coût d'échange plus élevé, i.e. un risque de liquidité, pour l'investisseur. Par conséquent, une relation positive devrait être obtenue.

◆ **La fréquence de transaction lors de la durée précédente**, notée *FNB*. De la même manière que pour l'estimation de la « durée-volume », le sens d'une relation est difficile à déterminer en raison de la non « signature » des échanges, i.e. le sens de la transaction. Si elle reflète un marché dans son ensemble liquide, le signe de la corrélation devrait être négatif. Néanmoins, un taux de transaction élevé peut dissimuler des ordres massifs dans un même sens.

²⁵ Il s'agit de sa transformée logarithmique.

◆ **Le ratio entre les volumes signés lors de la durée précédente**, noté *RVol*. Ce ratio nous indique le sens de la tendance du marché. Ce ratio est estimé de la manière suivante²⁶ :

$$\text{- Flux acheteur : } RVol = Ln\left(\frac{\text{Volume Achat}}{\text{Volume Vente}}\right)$$

$$\text{- Flux vendeur : } RVol = Ln\left(\frac{\text{Volume Vente}}{\text{Volume Achat}}\right)$$

Ainsi, quel que soit le flux analysé, nous pouvons nous attendre à obtenir une relation positive entre le risque de liquidité et ce ratio. En effet, plus le ratio est élevé, plus il indique la présence d'une tendance, et par conséquent un coût plus élevé par rapport au cours initial en début de « durée-volume » pour l'investisseur.

II.2.3.2 Analyse empirique

Tout d'abord, il nous faut choisir le nombre de titres définissant l'événement-volume. Nous avons décidé de retenir 2000 titres pour l'action Pernod-Ricard et 5000 titres pour l'action Saint-Gobain. Ce choix est quelque peu arbitraire mais possède pour fondement deux justifications. Il est nécessaire que le seuil choisi permette d'obtenir des rentabilités significatives, et le volume retenu doit permettre de disposer d'un nombre d'événements convenables pour construire une modélisation significative.

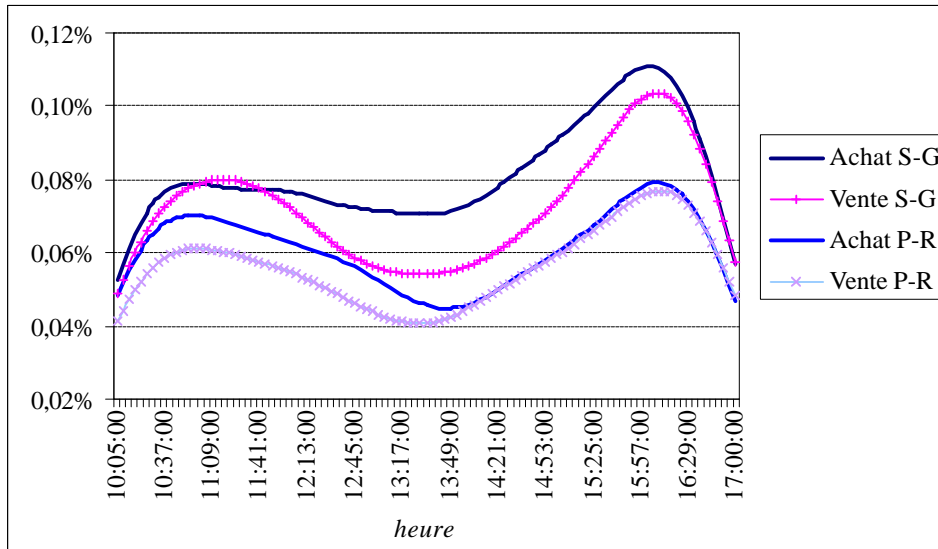
Ainsi, pour l'action Pernod-Ricard, le nombre d'évènements s'élève à 1317 et 1218 titres selon que l'on soit acheteur ou vendeur. En ce qui concerne l'action Saint-Gobain, nous avons constaté respectivement 1717 et 1543 évènements durant notre période d'étude. La probabilité d'arrivée d'un tel événement en séance est illustrée par le graphique 3.3.

Nous pouvons remarquer que les densités des « évènements volume » nous rappellent celles des « évènements-prix » du chapitre précédent et celles des « évènements-transaction » constatées par Gouriérioux, Jasiak et Le Fol (1999).

²⁶ Nous l'estimons de manière différente selon le sens du flux analysé afin de pouvoir procéder par la suite à une estimation empilée.

GRAPHIQUE 3.3

Densité d'arrivée des évènements volumes en cours de séance



La durée séparant les « évènements-volume » peut être modéliser par un modèle ACD. Le modèle ACD²⁷ qui nous a permis de capturer le mieux l'autocorrélation des durées standardisées est le modèle WACD(2,2) dont la forme analytique est la suivante :

$$y_i = w + a_1 \times \tilde{X}_{i-1} + a_2 \times \tilde{X}_{i-2} + b_1 \times y_{i-1} + b_2 \times y_{i-2} \quad (3.17)$$

Les tableaux 3.14 et 3.15 ci-dessous indiquent la valeur des coefficients obtenus. Nous pouvons à cette occasion signaler la présence d'un coefficient gamma élevé en particulier pour l'action Saint-Gobain. Ceci révèle la présence de « durée volume » longue au cours de la séance. Un tel résultat ne fait que corroborer ceux obtenus par Giot (1999) qui modélise différentes « durées-volume ».

²⁷ Les modèles qui ont été testés sont les modèles ACD(1,1), ACD(2,1), ACD(1,2) et ACD(2,2) de type exponentiel, weibull et logarithmique.

TABLEAU 3.14

Estimation d'un WACD(2,2) des durées entre les « événements-volume » consécutifs pour l'action Pernod-Ricard

Flux acheteur			Flux vendeur		
Paramètres	Valeur	T de Student	Paramètres	Valeur	T de Student
w	0,0072	1,906	w	0,0497	1,715
a_1	0,4561	8,821	a_1	0,3285	7,920
a_2	-0,3002	-4,750	a_2	-0,1958	-2,715
b_1	1,0585	6,369	b_1	1,0288	4,480
b_2	-0,205	-2,023	b_2	-0,202	-1,993
g	0,8365	45,743	g	0,9544	43,791

TABLEAU 3.15

Estimation d'un WACD(2,2) des durées entre les « événements-volume » consécutifs pour l'action Saint-Gobain

Flux acheteur			Flux vendeur		
Paramètres	Valeur	T de Student	Paramètres	Valeur	T de Student
w	0,0035	1,807	w	0,0077	2,247
a_1	0,3442	10,139	a_1	0,3004	10,575
a_2	-0,3185	-8,827	a_2	-0,2602	-9,008
b_1	1,3464	25,099	b_1	1,3659	18,404
b_2	-0,3751	-7,006	b_2	-0,4133	-6,428
g	1,2468	52,54	g	1,434	50,735

Une fois l'estimation de l'espérance conditionnelle effectuée, nous sommes désormais en mesure de modéliser le risque de liquidité auquel va être contraint l'investisseur qui désire réaliser un échange.

Nous procédons à la régression (3.16) pour les actions Pernod-Ricard et Saint-Gobain. Les variables explicatives retenues sont celles citées lors de l'analyse théorique, à savoir la prévision de la « durée volume », son erreur d'estimation, la fourchette relative, la fréquence de transaction lors de la durée précédente et le ratio entre les volumes signés. Nos résultats sont répertoriés dans le tableau 3.16 ci-après.

TABLEAU 3.16

Régressions individuelles de la RL

	<i>Cste</i>	<i>EsptT</i>	<i>EET</i>	<i>SVOL</i>	<i>SP</i>	<i>FNB</i>	<i>RVol</i>
Pernod-Ricard	-0,001	0,0001	-0,0007	0,0002	0,244	0,0009	0,0006
Achat	(-8,43)*	(0,33)	(-6,00)*	(2,78)*	(7,08)	(1,03)	(4,99)*
Pernod-Ricard	-0,001	0,0001	-0,0007	0,0002	0,282	0,0004	0,0004
Vente	(-7,61)*	(0,23)	(-6,104)*	(2,67)*	(-7,60)*	(0,33)	(3,04)*
Saint-Gobain	0,001	0,0004	-0,0028	0,0001	0,455	-0,001	0,0008
Achat	(2,00)*	(1,93)	(-11,35)*	(1,72)	(9,019)*	(-0,65)	(7,94)*
Saint-Gobain	-0,001	-0,0005	-0,0008	0,0002	0,592	-0,005	0,0009
Vente	(-7,92)*	(-1,76)	(-7,763)*	(2,66)*	(10,03)*	(-1,78)	(7,36)*

 Entre parenthèses figure le T de *Student*

* : significatif au seuil de 5%

À la lecture de ces résultats, nous nous apercevons que certaines variables ne sont pas significatives. Nous avons donc, de la même manière que lors du précédent chapitre, procédé à une estimation empilée par action²⁸ sans distinction du flux de transactions.

Les résultats de nos deux nouvelles régressions sont les suivants :

Pour l'action Pernod-Ricard :

$$RL_t = -0,0028 - 0,0007EET_t + 0,0002SVOL_t + 0,2576SP_{t-1} + 0,0005RVOL_{t-1}$$

(-8.39) (-9.10) (3.20) (10.22) (6.36)

Pour l'action Saint-Gobain :

$$RL_t = -0,0023 - 0,0007EET_t + 0,0001SVOL_t + 0,5407SP_{t-1} + 0,0009RVOL_{t-1}$$

(-7.67) (-9.41) (2.88) (13.83) (11.38)

Les résultats concernant le signe des coefficients de l'erreur de prévision de la durée séparant deux « évènements volume », i.e. *EET*, la fourchette relative passée, i.e. *SP*, et le ratio de volume, i.e. *RVOL*, sont conformes à nos attentes.

²⁸ Il n'était pas possible d'empiler les actions en raison de la présence de la variable volume. Une action Pernod-Ricard n'ayant pas le même cours que l'action Saint-Gobain. L'alternative consistant à intégrer les capitaux échangés en lieu et place des volumes échangés ne peut être envisagée dans la mesure où nous ferions face dès lors à des problèmes de stationnarité.

Le coefficient de la variable volume, i.e. *SVOL*, est positif comme cela avait été supposé également, néanmoins il convient de signaler que son intégration dans la régression ne contribue que très faiblement à l'explication du risque de liquidité. En fait, nous faisons face à un problème semblable à celui rencontré par Engle et Lange (1997). Nous n'avons retenu qu'un seuil évènementiel par action. Cette variable ne connaît dès lors que de très faibles variations ; il est donc naturel que son pouvoir explicatif ne soit pas très élevé.

En revanche les variables *FNB* et *EspT*, i.e. la fréquence des transactions et l'espérance conditionnelle de la durée estimée à l'aide d'un modèle *WACD(2,2)*, sont non significatives. Ces deux variables nous posent d'ailleurs problème car, si elles illustrent la liquidité du marché, elles peuvent aussi dissimuler la présence d'investisseurs informés. Cette ambiguïté de perception délivre des hypothèses contraires concernant le signe d'une éventuelle relation avec le risque de liquidité. Ceci explique peut-être le fait que les coefficients obtenus sont non significatifs.

CONCLUSION

Du fait des règlements mis en place par les autorités compétentes, concernant notamment le montant des capitaux requis pour la couverture des positions, l'estimation du risque est un enjeu d'importance et une source de profits et de pertes futurs. La gestion des risques ne se résume pas à leur seule estimation, elle implique la mise en œuvre de stratégies de couverture. La prise en compte de la liquidité comme facteur de risque apparaît dès lors comme primordiale.

Nous avons ainsi traité de deux modèles d'estimation du risque. Dans un premier temps, nous avons mis en œuvre sur le Règlement Mensuel le modèle de valeur en risque ajustée au risque de liquidité élaboré par Bangia, Diebold, Schuermann et Stroughair (1999). Nos résultats ont clairement mis en relief l'incidence du risque de liquidité sur le marché français.

Dans un second temps, nous avons proposé une nouvelle utilisation des modèles de durée introduits par Engle et Russell (1997). Notre idée a été d'inverser le modèle de liquidité élaboré par Engle et Lange (1998). Nos premiers résultats peuvent être jugés de manière relativement satisfaisante puisque, d'un point de vue statistique, nous avons pu expliquer le risque de liquidité par la volatilité du marché, le montant des positions détenues, la fourchette de prix et l'existence d'une tendance sur le marché.

Ces deux analyses démontrent ainsi que le risque de liquidité dépend aussi bien de l'état du marché que de l'investisseur à savoir le montant de sa position et son niveau de patience. En effet, il existe une liquidité exogène et une liquidité endogène.

Face à ces résultats, il apparaît nécessaire de maîtriser ses interventions sur le marché. Un placement approprié des ordres de bourse semble être en mesure de permettre d'améliorer la gestion du risque de liquidité.